

Н.Л. Казанский

ПРОЦЕДУРА КОРРЕКТИРОВКИ ФАЗОВОЙ ФУНКЦИИ ФОКУСАТОРА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для создания элементов плоской оптики (ЭПО) [1] характерно то, что расчет фазовых характеристик производится геометрическими методами, в то время как исследование структуры световых полей, создаваемых ЭПО, может быть осуществлено лишь в рамках дифракционной модели. Для оценки качества работы ЭПО на этапе проектирования актуальным является вопрос исследования и компенсации дифракционных эффектов, связанных с технологией расчета и изготовления ЭПО.

В данной работе рассматривается задача коррекции фазовой функции фокусатора с повышенной глубиной фокуса с целью компенсировать возникающие вследствие дискретизации радиальной фазовой функции дифракционные эффекты.

Фокусатор с повышенной глубиной фокуса

На радиально-симметричную оптическую систему (рис. 1) с функцией фазового пропускания $T(r)$ падает световой пучок с комплексной амплитудой $E(r)$. В дальнейшем считается, что оптическая система состоит из классической непрерывной собирающей линзы с фокусным расстоянием f_0 и расположенного вплотную к линзе плоского оптического элемента - фокусатора, концентрирующего излучение в тонкий продольный цилиндр на оптической оси. Функция фазового пропускания фокусатора $\varphi(r)$ определяется системой дифференциальных уравнений [2]:

$$\left. \begin{aligned} b'(r) + \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \varphi'(r) &= - \frac{r}{\sqrt{r^2 + (f_0 + z(r))^2}} \\ w(z)z'(r) &= B_0^2(r) \cdot 2\pi r \\ z(0) &= 0, \quad z(a) = \kappa \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

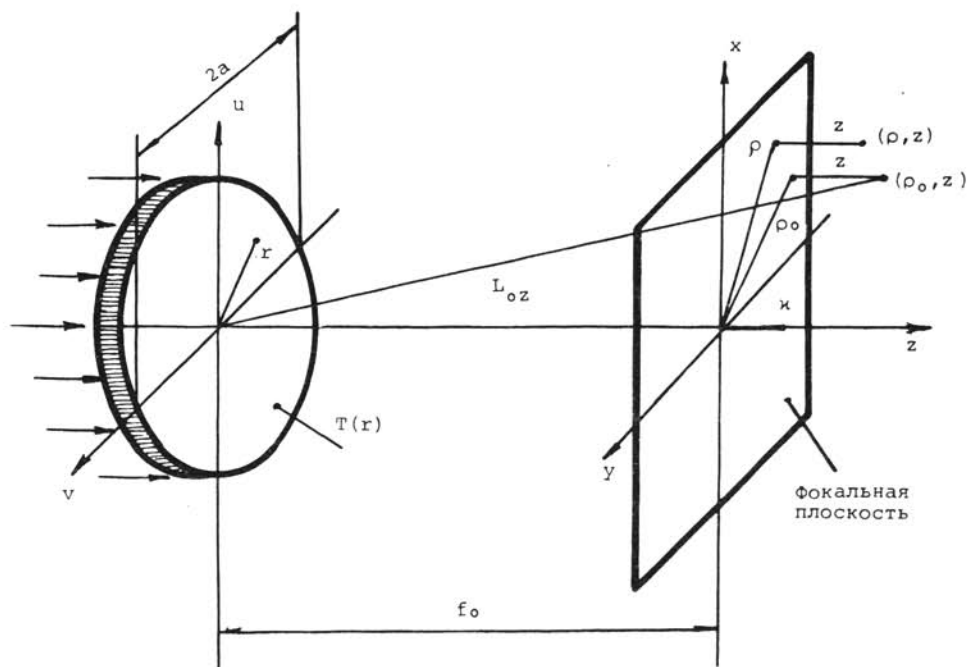


Рис. 1. Оптическая схема работы ЭПО

Здесь (r, a) - полярные координаты в плоскости фокусатора и с началом в его центре; $w(z)$ - линейная плотность мощности на отрезке фокусировки $[0, \kappa]$; $B_0(r)$ и $b(r)$ - соответственно амплитуда и фаза падающего на фокусатор светового пучка; λ - длина волны света; a - радиус фокусатора. При $f_0 \gg a$ для плоского освещающего пучка $E(r)$ и постоянной плотности $w(z) = \text{const}$ получаем [2]:

$$\varphi(r) = \varphi_0 - \frac{\kappa}{2c} \ln \left[2c \sqrt{r^2 + (f_0 - cr^2)^2} + 2c^2 r^2 + 1 - 2f_0 c \right], \quad (2)$$

где $c = \kappa/a^2$, $k = 2\pi/\lambda$.

Вычислительный эксперимент

Для исследования работы фокусирующих оптических элементов требуется рассчитать создаваемые ими в фокальной области световые поля. При этом необходимо принимать во внимание конечное разрешение δ по плоскости ЭПО и конечное число уровней квантования фазы. При использовании для изготовления радиально-симметричных ЭПО фотопостроителей с круговым сканированием величина δ определяется минимальной шириной кольца фотошаблона, то есть "размером пятна" фотопостроителя. Таким образом, принимаемая модель фазовой функции синтезируемого радиально-симметричного ЭПО имеет вид

$$\hat{\phi}(r) = \sum_{p=1}^N \hat{\phi}_p \cdot \text{rect}\left(\frac{r-r_{p-\frac{1}{2}}}{\delta}\right), \quad (3)$$

где

$N = [a/\delta]$ - суммарное число колец разрешения на оптическом элементе;

$\hat{\phi}_p$ - значение фазы на p -м кольце разрешения ($p=\overline{1, N}$);

$r_{p-\frac{1}{2}} = (p-\frac{1}{2})\delta$ - радиус центра p -го кольца.

Считая, что $\delta \gg \lambda$, воспользуемся для оценки комплексной амплитуды $w(\rho, z)$ в точке наблюдения (ρ, z) , где $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ (см. рис. 1), интегралом Кирхгофа. При условии $2a \ll f_0$ можно показать [3], что комплексная амплитуда поля $w(\rho, z)$ вблизи базовой точки (ρ_0, z) представляется в виде суперпозиции полей, созданных отдельными кольцами разрешения (r_{p-1}, r_p) , $p=\overline{1, N}$:

$$\begin{aligned} \hat{w}(\rho, z) &= \frac{k}{iL_{oz}} \cdot \exp\left[ik\left(L_{oz} + \frac{\rho^2 - \rho_0^2}{2L_{oz}}\right)\right] \cdot \\ &\cdot \sum_{p=1}^N E(r_{p-\frac{1}{2}}) : \exp(i\hat{\phi}_p) \int_{r_{p-1}}^{r_p} \exp\left(-\frac{iqr^2}{2a^2}\right) \cdot J_0\left(\frac{sr}{a}\right) r dr, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$r_p = p \cdot \delta, \quad p=\overline{1, N}; \quad L_{oz} = \sqrt{(f_0+z)^2 + \rho_0^2};$$

$$q = -ka^2 \left(\frac{1}{L_{oz}} - \frac{1}{L_0}\right); \quad s = \frac{ka\rho}{L_{oz}}; \quad L_0 = \sqrt{\rho_0^2 + f_0^2}.$$

Одним из способов вычисления интеграла (4) является метод, использующий функции Ломмеля [4]. При этом поле от каждого кольца разрешения $r \in [r_{p-1}, r_p]$ представляется в виде разности полей от двух отверстий радиусом r_p и r_{p-1} соответственно:

$$\begin{aligned} \hat{w}(\rho, z) &= \sum_{p=1}^{N-1} \left[E(r_{p-\frac{1}{2}}) \exp(i\hat{\phi}_p) - E(r_{p+\frac{1}{2}}) \exp(i\hat{\phi}_{p+1}) \right] \cdot w_p(\rho, z) + \\ &+ E(r_{N-\frac{1}{2}}) \cdot \exp(i\hat{\phi}_N) \cdot w_N(\rho, z), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$w_p(\rho, z)$ - комплексная амплитуда светового поля, созданного в точке наблюдения отверстием радиуса r_p , $p=1, N$.

Как показано в работе [4], для $w_p(\rho, z)$ имеет место формула

$$w_p(\rho, z) = \frac{k r_p^2}{i q_p} \exp\left[ik(L_{oz} + \frac{\rho^2 - \rho_0^2}{2L_{oz}})\right].$$
$$\cdot \begin{cases} \exp\left(\frac{i q_p}{2}\right) \cdot U_1(q_p, s_p) + i \exp\left(-\frac{i q_p}{2}\right) U_2(q_p, s_p) & \text{при } \left|\frac{q_p}{s_p}\right| \leq 1, \\ -i \exp\left(\frac{s_p^2}{2q_p}\right) + \exp\left(\frac{i q_p}{2}\right) V_0(q_p, s_p) - \exp\left(-\frac{i q_p}{2}\right) V_1(q_p, s_p) & \text{при } \left|\frac{q_p}{s_p}\right| > 1, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$q_p = -k r_p^2 \left(\frac{1}{L_{oz}} - \frac{1}{L_0}\right), \quad s_p = \frac{k r_p \rho}{L_{oz}}.$$

U_n и V_n - функции Ломмеля [4].

Результаты вычислительного эксперимента

Алгоритмы расчета дифракционного интеграла реализованы в виде комплекса программ для ЕС ЭВМ, сопряженного с пакетом прикладных программ обработки изображений и цифровой голографии [5] и комплексом графических программ ГРАФОР. Осуществленный с помощью разработанного программного средства вычислительный эксперимент с фокусатором в тонкий продольный цилиндр на оптической оси выявил следующие характерные особенности распределения света:

а) вытянутая фокальная область с глубиной $\sim (0,7 \div 0,9) \kappa$;

б) спад интенсивности к концам "отрезка фокусировки";

в) значительные перепады интенсивности вдоль отрезка $[0, \kappa]$, обусловленные дифракционными эффектами на кольцевой структуре фокусатора.

На рис. 2 представлены изофоты распределения света в фокальной области фокусатора с повышенной глубиной фокуса с параметрами: $f_0 = 300$ мм, $\lambda = 0,633$ мкм, $a = 12,8$ мм, $\kappa = 15$ мм, $N = 128$. График распределения интенсивности вдоль оптической оси для тех же параметров фокусатора - кривая б на рис. 3. Нормировка произведена на значение интенсивности в фокусе объектива. Среднеквадратичное отклонение интенсивности вдоль "отрезка фокусировки" составляет 0,374, а максимальное отклонение $\Delta I / \bar{I} = 0,9$, где \bar{I} - среднее значение интенсивности вдоль отрезка.

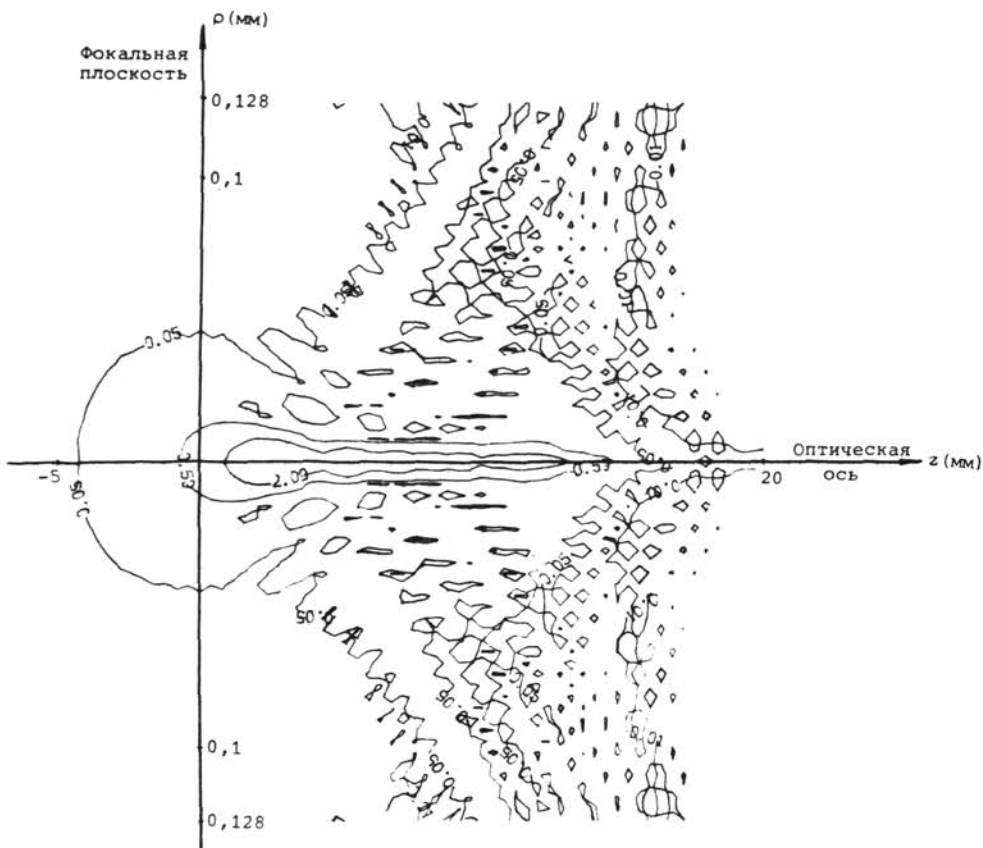


рис. 2. Изофоты трехмерного распределения интенсивности $I(z, \rho)/I(0, 0)$ в фокальной области фокусатора с повышенной глубиной фокуса $\kappa = 15$ мм при $f_0 = 300$ мм, $a = 12,8$ мм, $\lambda = 0,633$ мкм, $N = 128$

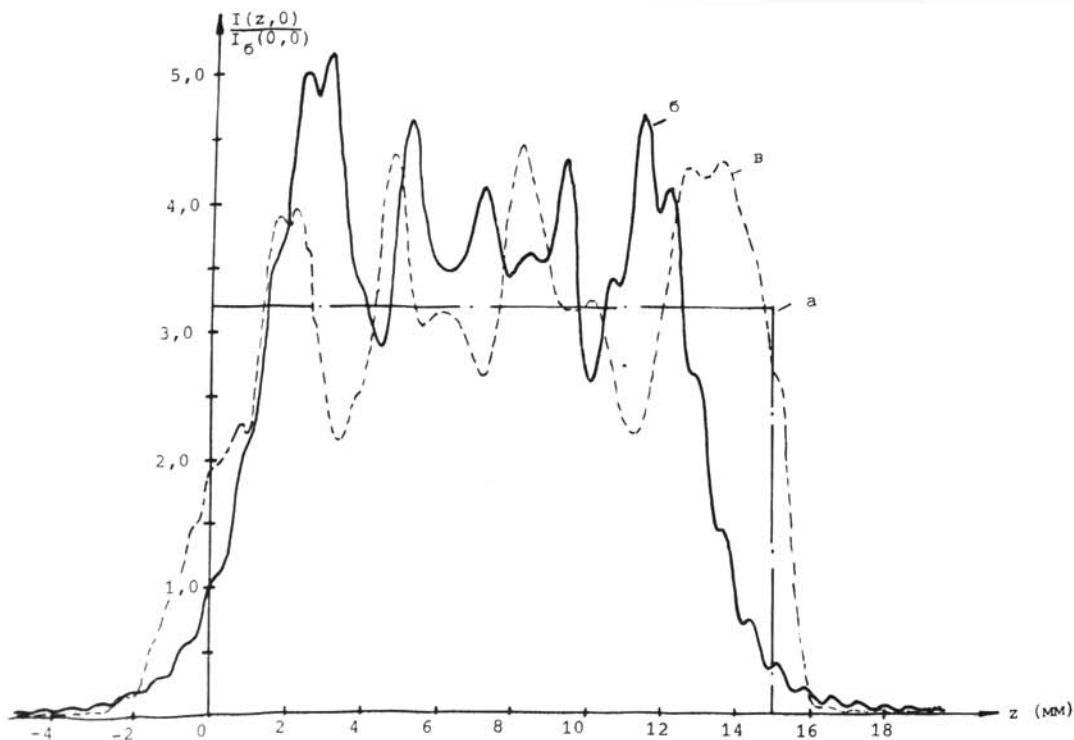


рис. 3. Распределение интенсивности $I(z, 0)/I_0(0, 0)$ вдоль оптической оси: а - "идеальный фокусатор", б - фокусатор (2), в - фокусатор с корреktированной фазовой функцией

Процедура корректировки

Анализ результатов вычислительного эксперимента приводит к необходимости корректировки фазовой функции фокусатора на основе полученных распределений интенсивности света. Для этого разработан алгоритм и написана программа расчета оптического элемента, концентрирующего излучение в тонкий продольный цилиндр на оптической оси с заданным распределением энергии вдоль него. Алгоритм расчета построен на численном решении системы (1) для произвольного $w(z)$. Реализованная итерационная процедура корректировки фазовой функции фокусатора заключается в формировании нового $w(z)$ на основании данных вычислительного эксперимента на предыдущем шаге:

$$w_{k+1}(z) = w_k(z) + h \cdot (\bar{I}_k - I_k(z, 0)), \quad z \in [0, \kappa]. \quad (7)$$

Здесь $w_k(z)$ ($w_{k+1}(z)$) - линейная плотность мощности, используемая при расчете фокусатора на k -той ($k+1$ -й) итерации; $I_k(z, 0)$ и \bar{I}_k - полученные в результате вычислительного эксперимента на k -той итерации соответственно распределение интенсивности и среднее значение интенсивности вдоль отрезка $[0, \kappa]$; h - оптимизируемый параметр, выбирается таким образом, чтобы минимизировать среднеквадратичное отклонение интенсивности вдоль отрезка

$$\epsilon_{k+1} = \sqrt{\frac{\int_0^{\kappa} (\bar{I}_{k+1} - I_{k+1}(z, 0))^2 dz}{\kappa \bar{I}_{k+1}^2}}. \quad (8)$$

Исследователь может вмешиваться в ход вычислительного эксперимента, прерывая его в случае появления на экране дисплея приемлемого результата. Кривая в на рис. 3 - распределение интенсивности, полученное в результате трех шагов итерационной процедуры. При снижении среднего уровня интенсивности с 3,21 до 3,05, то есть менее чем на 5%, достигнуто среднеквадратичное отклонение интенсивности 0,26 и максимальное отклонение интенсивности от среднего $\Delta I / \bar{I} = 0,53$.

Заключение

Вычислительный эксперимент, основанный на предложенных дифракционных соотношениях и разработанных программных средствах, позволяет не только визуализировать и количественно проанализировать сложные распределения светового поля от плоских оптических элементов, но и создать корректирующую процедуру для оптимизации фазовой функции фокусатора с повышенной глубиной фокуса.

Результаты вычислительного эксперимента позволяют перейти к синтезу соответствующих ЭПО и их экспериментальному исследованию в оптической системе.

Л и т е р а т у р а

1. С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А. Тонкая оптика, синтезируемая на ЭВМ. - В кн.: Физические основы и прикладные вопросы голографии. - Л.: ЛИЯФ, 1984, с. 142-164.
 2. Г о л у б М.А., П р о х о р о в А.М., С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А. Машинный синтез оптических компенсаторов для получения асферических волновых фронтов. Препринт ФИАН СССР, № 29, М., 1981.
 3. В а с и н А.Г., Г о л у б М.А., Д а н и л о в В.А., К а з а н - с к и й Н.Л., К а р п е е в С.В., С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А., У в а р о в Г.В. Расчет и исследование когерентного волнового поля в фокальной области радиально-симметричных оптических элементов. Препринт ФИАН СССР, № 304, М., 1983.
 4. Б о р н М., В о л ь ф Э. Основы оптики. - М.: Наука, 1973.
 5. Пакет прикладных программ обработки изображений и цифровой голографии. - Государственный фонд алгоритмов и программ. Регистрационный № П004582 от 1.09.1980.
-