С.Г. Кривошликов, С.Н. Янченко

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПРОДОЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ НА ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ИЗЛУЧЕНИЯ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В ГРАДИЕНТНЫХ ВОЛНОВОДАХ

В настоящее время практический интерес представляют вопросы разработки и создания интегрально-оптических средств обработки информации, отличающихся как высокими быстродействием, информативностью, так и миниатюризацией геометрических размеров. В этой связи важное значение имеют задачи формирования волновых пакетов с заданными волновыми фронтами. Известно, что знание модового состава излучения, распространяющегося в оптическом волноводе, коэффициентов трансформации между модами позволяет эффективно управлять волновым фронтом излучения. Однако моды вводятся для однородных в продольном направлении (направлении распространения излучения) волноводов [1]. Целью настоящего сообщения является исследование в параксиальном приближении влияния периодической продольной крупномасштабной ($T \gg \lambda$, λ - длина волны, T - период неоднородности) неоднородности на формирование волнового фронта излучения, распространяющегося в градиентном волноводе. Для решения указанной задачи удобно ввести представление квазимод градиентного периодически-продольно-неоднородного волновода. Под квазимодой градиентного периодически-продольно-неоднородного волновода будем понимать решение уравнений Максвелла для напряженностей поля, удовлетворяющее всем граничным условиям задачи и имеющее вид:

$$E^z(x_1, x_2, z; t) = E_0^z(x_1, x_2, z) \exp\{i(\omega t - \tilde{\beta} z)\}$$
$$H^z(x_1, x_2, z; t) = H_0^z(x_1, x_2, z) \exp\{i(\omega t - \tilde{\beta} z)\}, \qquad (1)$$

где собственное значение $\tilde{\beta}$ будем называть квазипостоянной распространения, E_0^z, H_0^z - периодические по z функции, период которых совпадает с периодом T периодической продольной неоднородности волновода. При замене $z \to z+T$ квазимоды удовлетворяют условию:

$$E(x_1, x_2, z+T) = \bar{E}(x_1, x_2, z) \exp\{-i\tilde{\beta} T\}$$
$$\bar{H}(x_1, x_2, z+T) = \bar{H}(x_1, x_2, z) \exp\{-i\beta T\}, \qquad (2)$$

т.е. повторяют себя с точностью до фазы на расстояниях, равных периоду T периодической продольной неоднородности, напоминая тем самым свойство мод повторять себя в точках $z = 2\pi N/\beta$ (β - постоянная распространения). В случае слабонеоднородной среды ($\lambda|\nabla n|/n \ll 1$ (n - показатель преломления волновода) уравнения Максвелла могут быть сведены к скалярному уравнению Гельмгольца [1]:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 n^2(x_1, x_2, z)E = 0, \qquad (3)$$

где: $\{x_1, x_2, z\}$ - декартова система координат;

E - одна из компонент поля;

$k = 2\pi/\lambda_0$ - волновое число в вакууме.

Подставляя выражение для напряженности поля квазимоды (1) в уравнение (3), можно получить уравнение, которому должны удовлетворять квазимоды:

$$\frac{\partial^2 E^z}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 E^z}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 E^z}{\partial z^2} - 2i\tilde{\beta}\frac{\partial E^2}{\partial z} + [k^2 n^2(x_1, x_2, z) - \tilde{\beta}^2]E^z = 0. \qquad (4)$$

Возможные значения квазипостоянной распространения определяются из граничных условий. В том случае, когда продольная неоднородность отсутствует, квазимоды переходят в моды волновода с соответствующим переходом спектра квазипостоянных распространения в спектр постоянных распространения. С математической точки зрения квазимоды градиентного периодически-продольно-неоднородного волновода в параксиальном приближении аналогичны квазиэнергетическим состояниям (КЭС) квантовых систем, их можно описать с помощью уравнения Шредингера с периодическим во времени гамильтонианом [2,3]. В этом нетрудно убедиться, если учесть, что в параксиальном приближении уравнение Гельмгольца (3) может быть сведено к уравнению типа нестационарного уравнения Шредингера, в котором роль времени играет продольная координата ξ и $h \leftrightarrow 1/k$ [4]:

$$\frac{i}{k}\frac{\partial\,\psi}{\partial\,\xi} = \frac{1}{2k^2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\,x_1^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\,x_2^2}\right) + \frac{1}{2}(n_0^2 - n^2)\psi \equiv H\psi, \tag{5}$$

где:

$$\psi(x_1,\ x_2,\ z) = n_0^{1/2}E(x_1,\ x_2,\ z)\ \exp\{-i\,k\int_0^z n_0(z)dz\}; \tag{6}$$

$\xi = \int_0^z n_0^{-1}(z)dz$; $n_0 = n(0,\ 0,\ z)$ - показатель преломления на оси z. Таким образом, с учетом (1), (6) в параксиальном приближении квазимоды, подобно КЭС, образуют в каждой точке продольной оси z полный набор ортогональных базисных функций, что позволяет разложить произвольное поле в таких волноводах по полному набору квазимод в каждой точке продольной оси и тем самым свести задачу к исследованию свойств квазимод. Перечисленные свойства квазимод позволяют рассматривать их как некие моды соответствующего эффективного продольно-однородного волновода. Для решения системы (5) могут быть применены известные квантовомеханические методы: метод интегралов движения, метод когерентных состояний, метод динамической группы симметрии [5, 6].

В качестве конкретного примера рассмотрим планарный градиентный волновод с параболическим профилем показателя преломления:

$$n^2(x,\ \xi) = n_0^2(x,\ \xi) - \omega^2(\xi)x^2 - 2f(\xi)x, \tag{7}$$

где $\omega^2(\xi)$ - градиентный параметр и функция (ξ), описывающая искривление оси волновода есть периодические функции ξ с периодом $T_\xi \equiv T'$. Явные выражения для напряженностей полей квазимод будем представлять через решения уравнения движения для классического осциллятора:

$$\ddot{\varepsilon} + \omega^2(\xi)\varepsilon = 0;\quad \omega^2(\xi + T') = \omega^2(\xi). \tag{8}$$

Согласно теореме Флоке решения уравнения (8) могут быть разбиты на два типа - устойчивые и неустойчивые. Устойчивые решения имеют вид:

$$\varepsilon(\xi + T') = \varepsilon(\xi)\ \exp\{i\,\chi\,T'\,k\};\ \varepsilon^*(\xi + T') = \varepsilon^*(\xi)\ \exp\{-i\,\chi T'\,k\}, \tag{9}$$

где точка в (8) означает дифференцирование по ξ; $\chi = \frac{1}{T'k}\cdot\int_0^{T'}|\varepsilon|^{-2}d\tau$ - действительное число.

Следуя [5,7], приведем явное выражение для напряженностей полей направляемых квазимод градиентного периодически-продольно-неоднородного волновода с показателем преломления (7):

$$E_n(z) = n_0^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{\varepsilon^*}{2\varepsilon}\right)^{n/2}(n!\pi^{\frac{1}{2}}k^{-\frac{1}{2}}\varepsilon)\exp\{i\,k\int_0^z n_0(z)dz\}\ \exp\{\frac{i\,\varepsilon'}{2\varepsilon}k\,n_\sigma(x-\eta)^2\}\ \times$$
$$\times\exp\{i\,\eta'\,n_0k(x-\eta) + i\,k\int_0^z\left[\frac{1}{2}\eta'^2n_0^2 - \frac{1}{2}\omega^2\eta^2 + f(\tau)\eta\right]\frac{d\tau}{n_0(\tau)}\}H_n\left(\frac{\sqrt{k}(x-\eta)}{|\varepsilon|}\right), \tag{10}$$

где:

H_n - полиномы Эрмита;

η - вещественное решение уравнения.

$$\ddot{\eta} + \omega^2(\xi)\eta = f(\xi). \qquad (11)$$

Выбирая в качестве $\eta(\xi)$ периодическое решение (11), нетрудно получить спектр квазипостоянных распространения $\tilde{\beta}$:

$$\tilde{\beta}_n = k < n_o > - k < 1/n_o > \chi(n + 1/2) - \Delta\tilde{\beta}, \qquad (12)$$

где:

$$\Delta\tilde{\beta} = \frac{k<1/n_o>}{T'} \cdot \int_0^{T'} \left[\frac{1}{2}\dot{\eta}^2 - \frac{1}{2}\omega^2(\xi)\eta^2 + f(\varepsilon)\eta \right] d\xi, \qquad (13)$$

$$< n_o > = \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T'} n_o(z)dz; \quad <1/n_o> = \frac{1}{T}\int_0^{T} n_o^{-1}(z)dz.$$

Спектр квазипостоянных распространения $\tilde{\beta}_n$ (12) для направляемых квазимод оказывается чисто дискретным.

Излучательные квазимоды, отвечающие неустойчивым решениям уравнения (8):

$$\varepsilon_1(\xi+T') = \varepsilon_1(\xi)\exp\{-\chi T' k\}; \quad \varepsilon_2(\xi+T') = \varepsilon_2(\xi)\exp\{\chi T' k\}, \qquad (14)$$

где ε_1, ε_2 - два линейно независимых решения (8), причем $\varepsilon_2\dot{\varepsilon}_1 - \varepsilon_1\dot{\varepsilon}_2 = 1$; $\chi^2 > 0$ имеют вид:

$$E_{\upsilon 1}{}^{\pm}(x,z) = n_o^{-1/2}\,|0,z>\Gamma(\tfrac{1}{2} - i\nu)\exp\{\frac{ik(x-\eta)^2}{4\varepsilon_1\varepsilon_2}\}$$

$$(ik\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1})^{-\frac{1}{4}+i\nu}\exp\{ik\int_0^z n_o dz\} \quad \exp\{i\eta' n_o k(x-\eta) + \qquad (15)$$

$$+ ik\int_0^z\left[\frac{1}{2}\eta'^2 n_o - \frac{1}{2}\omega^2\eta^2 + f(\tau)\eta\right]d\tau/_{n_o}\tau\}D_{-\frac{1}{2}+i\nu}\left(\frac{\pm\sqrt{ik(x-\eta)}}{\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2}}\right),$$

где:

$D_{-\frac{1}{2}+i\nu}$ - функция параболического цилиндра;

ν - вещественное число, вакуум $|0,z> = (k/2\pi\varepsilon_1{}^{\frac{1}{2}}\exp\{\frac{ik\varepsilon_1'}{2\varepsilon_1}n_o x^2\}$

(штрих у ε, η означает дифференцирование по z).

Спектр квазипостоянных распространения $\tilde{\beta}$ для излучательных квазимод

$$\tilde{\beta} = k<n_o> - k<1/n_o>\chi\nu - \Delta\tilde{\beta}, \qquad (16)$$

где $\Delta\tilde{\beta}$, данное по (13), оказывается непрерывным и двухкратно вырожденным.

Непрерывность спектра (16) есть следствие того, что в области неустойчивых решений (14) среда, в которой происходит распространение излучения, перестает обладать волноведущими свойствами и излучает падающий на нее свет во всех направлениях в плоскости [x,z], согласно (15).

Из (12), (13), (16) следует, что периодическое искривление оси волновода не меняет характера решений, а приводит к общему смещению спектра квазипостоянных распространения $\tilde{\beta}$ на величину $\Delta\tilde{\beta}$ (13). Соотношение (12) позволяет оценить величину смещения спектра квазипостоянных распространения $\tilde{\beta}_n$ направляемых квазимод относительно соответствующего спектра постоянных распространения β_n. Так, в случае, когда градиентный параметр $\omega(\xi)$ есть функция, мало отличающаяся от постоянной величины ω_o - градиентного параметра продольно-однородного волновода:

$$\omega^2(\xi) = \omega_o^2(1 + 4h \cos \omega\xi) , \qquad (17)$$

где

$\omega = \frac{2\pi}{T'}$, $|4h| << 1$, величина кванта χ при $h \to 0$ дается выражением [7]:

$$\chi = \frac{\omega_o}{k} \cdot \begin{cases} \sqrt{\varepsilon^2-h^2} , \ \omega = 2\omega_o(1 + \varepsilon), \ \varepsilon \to 0 \\ 1 - \frac{4\omega_o^2 h^2}{4\omega_o^2-\omega^2} \end{cases} \qquad (18)$$

Ограничиваясь значениями ω, близкими к $2\omega_o$, т.е. учитывая члены первого порядка малости по h и ε, можно определить интервал изменения ω, соответствующий зоне устойчивости:

$$\begin{gathered} \omega_o < \omega < 2\omega_o(1 - |h|) \\ -\frac{1}{2} < \varepsilon < -|h|; \ h = \frac{\delta\omega}{2\omega_o} = \frac{\delta n \cdot n_o}{2\omega_o^2 a^2} , \end{gathered} \qquad (19)$$

где:

δn_o - индуцированное изменение показателя преломления на оси волновода n_o;

$\delta\omega$ - амплитуда изменения градиентного параметра $\omega(\xi)=\omega_o+\delta\omega\cos\omega\xi$;

a - глубина волновода.

Таким образом, величина смещения спектров

$$\Delta\beta_m = \beta_m - \tilde{\beta}_m = \frac{\omega_o}{n_o}(m + \frac{1}{2}) \left[\sqrt{\varepsilon^2-h^2} - 1\right] \qquad (20)$$

пропорциональна номеру квазимоды m (n_o предполагается независящим от ξ).

При ω далеких от $2\omega_o$ величина смещения спектров определяется следующим соотношением:

$$\Delta\beta_m = \beta_m - \tilde{\beta}_m = -\frac{\omega_o}{n_o} (m + \frac{1}{2}) \cdot \frac{4\omega_o^2 h^2}{4\omega_o^2-\omega^2} . \qquad (21)$$

Смещение спектров (20) и (21) относительно спектра постоянных распространения происходит в противоположных направлениях. Величина смещения $\Delta\beta_m$ существенно зависит от величины параметра h, в основном определяющейся значениями индуцированного изменения показателя преломления δn_o на оси волновода и ограничена техническими возможностями. Так, для волновода, сформированного в $LiNbO_3$ показатели преломления на оси $n_o = \Delta n + n_s \approx 2,2$, где $\Delta n = 2 \cdot 10^{-2}$ - градиент показателя преломления, $n_s = n_e = 2,17$ - показатель преломления на оптической оси $LiNbO_3$ глубиной a=5 мкм с $\delta n_0 \sim 10^{-5}$, градиентный параметр $\omega_0 \simeq \dfrac{\sqrt{2n_0\,\Delta n}}{a} = 8\cdot 10^{-2}$ и, таким образом, $h \sim 10^{-4}$. Увеличение $h(\delta n_0)$ при постоянном ε приводит к тому, что возрастает чувствительность низших квазимод. Следует отметить, что в пределе, когда $\varepsilon = h$, тогда величина $\chi = 0$, что соответствует случаю, возникающему на границе областей устойчивости и неустойчивости уравнения (8). При этом направляемые квазимоды переходят в излучательные, спектр которых становится непрерывным. Использование призменного метода ввода-вывода излучения в волновод позволяет оценить угловое смещение спектров:

$$\Delta\Theta_m = \Theta_m - \tilde{\Theta}_m = \arcsin\frac{\beta_m}{k\,n_{пр}} - \arcsin\frac{\tilde{\beta}_m}{k\,n_{пр}}. \qquad (22)$$

Так, для указанного волновода для ω близких к $2\omega_0$ при $\varepsilon \to h$ величина $\Delta\Theta_m$ для нулевой квазимоды составляет $\Delta\Theta_0 = 6'$, а для m=5, $\Delta\Theta = 1^\circ$ при угловом расстоянии между соседними модами $\Delta\Theta_{0,1} = 10'$ (показатель преломления призмы $n_{пр} \simeq 2{,}5$; $\lambda = 0{,}63$ мкм и $\Delta\Theta_{0,1} = \Theta_0 - \Theta_1$. Таким образом, изменяя период продольной периодической неоднородности градиентного волновода, можно управлять спектром квазипостоянных распространения, возбуждая тем самым, различные группы мод соответствующего эффективного продольно-однородного волновода. Это дает возможность формировать различные фронты излучения, распространяющегося в градиентном периодически-продольно-неоднородном волноводе. Необходимо отметить, что отклонение профиля показателя преломления от параболического может нарушить эквидистантность спектра квазипостоянных распространения [12] и привести к возникновению межквазимодовой дисперсии $d\tilde{\beta}/dk$, где k - волновой вектор. Таким образом, появляется возможность управления формой сигнала, передаваемого по оптическим волноводам, что представляет практический интерес для волоконно-оптических линий связи.

Литература

1. Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Наука, 1979.

2. Зельдович Я.Б. ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 1492.

3. Ритус В.И. ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 1544.

4. Arnaud J.A. BSTJ, 1970, vol. 49, p. 2311.

5. Малкин И.А., Манько В.И. Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. - М.: Наука, 1979.

6. Кривошлыков С.Г., Сисакян И.Н. - Квантовая электроника, 1980, т. 7, с. 553.

7. Перломов А.М., Попов В.С. ЖЭТФ, 1969, т. 57, с. 1684.