А.Б. Валяев, С.Г. Кривошликов

ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ В ПРОДОЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ АСИММЕТРИЧНЫХ ГРАДИЕНТНЫХ ВОЛНОВОДАХ

Определение и формирование волнового фронта пучков представляет интерес в связи с исследованием распространения излучения различной природы в волноводах как искусственного, так и естественного происхождения.

Если показатель преломления среды n в масштабе длины волны λ меняется незначительно $((\lambda/n)\nabla n) \ll 1$, то распространение излучения для гармонических полей описывается скалярным уравнением Гельмгольца [1-3]:

$$\Delta\Psi + k^2 n^2 \Psi = 0, \qquad (1)$$

где

$$k = 2\pi/\lambda.$$

Уравнение (1) допускает точное решение в квадратурах лишь для ограниченного числа функций $n(z)$ - эталонных профилей показателя преломления, обзор которых дан в [1].

Градиентные волноводы с симметричным профилем обычно аппроксимируются параболическим распределением показателя преломления. При этом уравнение (1) в параксиальном приближении эквивалентно уравнению Шредингера для гармонического осциллятора с переменной частотой. Это позволяет для его исследования использовать хорошо развитые методы квантовой механики. Например, в [4] были найдены коэффициенты связи между модами начального и конечного продольно-однородных участков при наличии в волноводе регулярных продольных неоднородностей. Полученные выражения позволяют определить волновой фронт пучка на выходе волновода, если он известен на входе. При этом формирование требуемого волнового фронта можно проводить путем введения необходимых продольных неоднородностей среды.

С другой стороны, по известным параметрам пучка в таких волноводах можно решить обратную задачу - определять параметры неоднородностей среды. Так, в [5] для нахождения изменения градиентного параметра волновода и величины поперечного смещения оси предлагается использовать экспериментально полученные относительные интенсивности мод, а в [6] по измерениям конечной ширины пучка при различных начальных находить закон изменения продольных неоднородностей волновода.

Аналогичные задачи для асимметричных градиентных волноводов до сих пор не рассматривались, хотя и представляет интерес, так как ряд градиентных волноводов характеризуется ярко выраженной асимметрией. Такими волноводами являются большинство подводных звуковых каналов (ПЗК) глубокого и мелкого океана (например, ПЗК Средиземного моря [7]),а также ионосферные радиоканалы [2]. Асимметрия в поперечном распределении показателя преломления наблюдается также в диффузных интегрально-оптических световодах и активных волноводах, возникающих в поперечной плоскости гетероструктурных лазеров [3].

В данной работе для исследования формирования волновых фронтов в асимметричных волноводах предлагается использовать новый эталонный профиль, учитывающий продольные неоднородности градиентной среды. На основе предложенного модельного профиля исследуются задачи:

- влияние параметров продольных неоднородностей на волновой фронт излучения;

- восстановление параметров неоднородностей по известным параметрам излучения.

Для простоты рассматривается двумерный волновод и вводится эталонный профиль показателя преломления:

$$n^2(x;\ z) = n^2(x_o;\ z) - \omega^2(x^2-x_o^2) - 2g\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x_o^2}\right)\quad x>0,\ q\geq 0 \qquad (2)$$

где:

x_o - координата оси волновода;

$n(x_o;\ z)$ - показатель преломления на оси;

ω - градиент показателя преломления;

g - параметр асимметрии.

Уравнение (1) в параксиальном приближении для профиля (2) эквивалентно уравнению Шредингера для сингулярного осциллятора, что позволяет для его исследования использовать методы квантовой механики [8].

Произвольное поле $|\Psi\rangle$ в волноводе (2) можно разложить по модам, причем квадраты модулей коэффициентов разложения $|\langle n|\Psi\rangle|^2$ задают распределение поля между модами. Если среда однородна в продольном направлении, то в параксиальном приближении все моды распространяются с одинаковыми групповыми скоростями (спектр постоянных распространения мод эквидистантен [9]) и начальный фазовый фронт возбуждающего пучка периодически восстанавливает свою форму. Причем в промежутках между значениями z, при которых восстанавливается фронт пучка, зная параметры среды, легко рассчитать фазовый волновой фронт пучка.

Наличие продольно-неоднородного участка в среде (2) приводит к перераспределению энергии между модами, т.е. к изменению амплитуды поля волны.

Авторами найдены коэффициенты связи мод и реккурентные соотношения для их расчета при стыковке двух асимметричных градиентных волноводов. Полученные соотношения позволяют определить волновой фронт пучка во втором волноводе, если он известен в первом.

Приведем выражение для интегралов перекрытия мод:

$$T_m^n = \left(\frac{2\sqrt{\omega_1\omega_2}}{\omega_1+\omega_2}\right)^{\frac{1}{2}(a_1+a_2)+1}\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^{\frac{1}{4}(a_1-a_2)}\left(\Gamma\left[\frac{a_1+m+1,\ a_2+n+1}{n+1,\ m+1}\right]\right)^{\frac{1}{2}}\times$$

$$\times\,\Gamma\left[\frac{\frac{1}{2}(a_1+a_2)+1}{a_1+1,\ a_2+1}\right]\cdot F_2\left(\tfrac{1}{2}(a_1+a_2)+1;\ -n,\ -m;\ a_1+1,\ a_2+1;\frac{2\omega_1}{\omega_1+\omega_2},\ \frac{2\omega_2}{\omega_1+\omega_2}\right),\quad (3)$$

где:

$|m\rangle$, $|n\rangle$ соответственно моды первого и второго волноводов;

$$\Gamma\left[\frac{a_1,\ a_2,\ldots a_p}{b_1,\ b_2,\ldots,b_l}\right] = \prod_{k=1}^{p}\Gamma(a_k)/\prod_{r=1}^{l}\Gamma(b_r);$$

$\Gamma(t)$ - гамма-функция;

F_2 - функция Аппеля двух переменных.

Коэффициенты связи W_m^n определяются квадратами модулей интегралов перекрытия между модами, координата оси волновода связана с параметром **a**:

$$x_{o_i}^2 = \frac{a_i^2-\frac{1}{4}}{\omega_i k};\ i=1,2,\quad (4)$$

а смещение оси волновода также полностью определяется через заданные параметры:

$$\Delta_{x_o} = k^{-\frac{1}{2}}\left|\left(\frac{a_1^2-\frac{1}{4}}{\omega_1^2}\right)^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{a_2^2-\frac{1}{4}}{\omega_2^2}\right)^{\frac{1}{4}}\right|.\quad (5)$$

Далее исследуется влияние регулярного продольного изменения градиента среды на волновой фронт пучка при *a=const*. В этом случае также найдены коэффициенты связи между модами и реккурентные соотношения для их расчета. Коэффициенты связи симметричны $W_n^m=W_m^n$ и полностью определяются численными параметрами: R - коэффициентом надбарьерного отражения [4] и a - параметром асимметрии среды (2).

Для экспериментального определения данных численных параметров можно использовать относительные интенсивности мод $q(m,\ n)=W_n^m/W_o^o$

$$R = \left[\frac{2q(2,0)}{q(1,0)} - q(1,0)\right]^2, \tag{6}$$

$$a = \frac{q^2(1,0) - q(2,0)}{q(2,0) - q^2(1,0)/2}. \tag{7}$$

В случае стыковки двух волноводов при a=const и различными ω_1, ω_2 градиентными параметрами можно оценить параметр R: $R^{\frac{1}{2}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \simeq \frac{\Delta\omega}{2\omega}$. Тогда из (6) получаем оценку изменения градиентного параметра.

В заключение метод восстановления закона продольных неоднородностей волновода с параболическим профилем показателя преломления, который предложен в [6], обобщается на асимметричные волноводы (2).

Данная задача сводится к решению интегрального уравнения Гельфанда - Левитана - Марченко:

$$K(x, y) + F(x+y) + \int_x^\infty K(x, y)F(t+y)dt=0, \quad x<y,$$

где: $F(x)=\pi^{-1}\mathrm{Re}\int_0^\infty r(\omega)e^{-i\omega x}d\omega$ - спектральная функция;

$r(\omega)=R^{\frac{1}{2}}\cdot e^{i(\delta_2-\delta_1)}$ - коэффициент отражения.

Для определения спектральной функции необходимо найти коэффициент отражения при различных ширинах падающего на неоднородный участок пучка. Коэффициент отражения можно вычислить, используя выражение [9];

$$\langle x_+^2\rangle = \frac{a+1}{k\omega_+(1-R)^2}\{(1+R)^2+4R\cos 2\delta_1-4R^{\frac{1}{2}}\cos\delta_1\left[\cos(2\omega_+\xi+2\delta_1-\delta_2)+R\cos(2\omega_+\xi-\delta_2)\right]\}$$

Данное выражение связывает конечную ширину пучка с коэффициентом отражения. Определяя таким образом спектральную функцию и решая интегральное уравнение, находим $K(x, y)$ и восстанавливаем неизвестный $\tilde{\omega}^2(\xi) = -\frac{d}{dx}K(x, x)$.

Литература

1. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973.

2. Гуревич А.В., Цедилина Е.Е. Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. - М.: Наука, 1979.

3. Адамс Л.М. Введение в теорию оптических волноводов. - М.: Мир, 1984.

4. Кривошлыков С.Г., Сисакян И.Н. - Квант. электр., 1980, т. 10, с. 553.

5. Krivoshlykov S.G., Sissakian I.N. - Opt. and Quant. Electr., 1983, vol. 11, p. 393.

6. К р и в о ш л ы к о в С.Г., П е т р о в Н.И., С и с а к я н И.Н. - Письма в ЖТФ. 1985, т. 11, с. 891.

7. Л е р о й К. - В кн.: Подводная акустика. - М.: Мир, 1970, 274.

8. М а л к и н И.А., М а н ь к о В.И. Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. - М.: Наука, 1979.

9. В а л я е в А.Б., К р и в о ш л ы к о в С.Г., С и с а к я н И.Н. - Препринт ИОФАН, 1986, т. 68.