

Котляр В.В., Панков И.А.

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ С БЛЕСКОМ КАК МНОГОКАНАЛЬНЫЕ ОСВЕТИТЕЛИ

Описан итеративный градиентный метод расчета отражательного дифракционного элемента с блеском (с пилообразным рельефом), который формирует заданное угловое распределение. Метод использует приближение Кирхгофа и применим для поверхностей с конечной проводимостью. Показано, что элементы с блеском удобны для получения бинарного рельефа.

1. Введение

Дифракционные оптические элементы (ДОЭ), которые генерируют регулярную картину световых пятен (точек) с одинаковой интенсивностью требуются в устройствах параллельной обработки информации [1,2]. Такие ДОЭ называются многоканальными осветителями (МО) (array illuminators). В качестве МО обычно используются бинарные фазовые дифракционные решетки, типа решеток Дамманна [3], которые обладают высокой энергетической эффективностью: около 70-80% падающей на элемент световой энергии идет на формирование требуемого числа дифракционных порядков. Число порядков может достигать 128X128, а отклонение от постоянной интенсивности в порядках не превышает 10% [2].

Расчет бинарных фазовых МО осуществляется, как правило либо с помощью методов Фурье-оптики [2], либо с помощью строгой электромагнитной теории [4]. В первом случае МО рассчитываются в приближении тонкого фазового транспаранта, который в каждой своей точке задает определенный фазовый сдвиг падающему на него световому полю. Во втором случае МО рассчитывается как отражательная поверхность с бесконечной проводимостью и микрорельефом в виде канавок прямоугольной формы. Заметим, однако, что постановки обратной задачи, в случае строго электромагнитного подхода, в литературе не описано.

В данной работе рассмотрен итеративный градиентный метод расчета отражательных МО с конечной проводимостью и в рамках теории Кирхгофа. Численно показано, что МО с блеском (с пилообразным рельефом) удобны как промежуточные для получения бинарных МО.

2. Дифракция Кирхгофа-Бекмана на рельефной поверхности.

В работе [5] в приближении дифракции Кирхгофа получено выражение для функции нормированного углового распределения комплексной амплитуды $\rho(\Theta_2)$, которое формируется в дальней зоне при отражении плоской волны от поверхности с гладким рельефом с высотой меньшей длины волны и описываемым функцией вида $\xi(x)$ (рис.1):

$$\rho(\Theta_2) = \frac{1}{4L \cos \Theta_1} \int_{-L}^L [a(x)\xi'(x) - b(x)] \exp\{i[s_x x + s_z \xi(x)]\} dx, \quad (1)$$

где $a(x) = (1 - r_F) \sin \Theta_1 + (1 + r_F) \sin \Theta_2$,

$b(x) = (1 + r_F) \cos \Theta_2 - (1 - r_F) \cos \Theta_1$,

$s_x = k(\sin \Theta_1 - \sin \Theta_2)$, $s_z = -k(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)$,

$k=2\pi/\lambda$ - волновое число света с длиной волны λ , $[-L, L]$ -участок освещенной поверхности, Θ_1 и Θ_2 -углы падения и дифракции соответственно, r_F - коэффициент отражения Френеля, который, например, для ТЕ-волны (электрический вектор перпендикулярен плоскости падения, см. Рис. 1) равен [6]:

$$r_{FTE} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2 \theta}}, \quad (2)$$

где $\theta = \Theta_1 - \arctg \xi'(x)$ - локальный угол падения на поверхность, $\xi'(x)$ - производная от функции рельефа поверхности, $\tilde{n} = n + i\tilde{k}$ - комплексный показатель, n - показатель преломления поверхности, \tilde{k} - коэффициент поглощения поверхности.

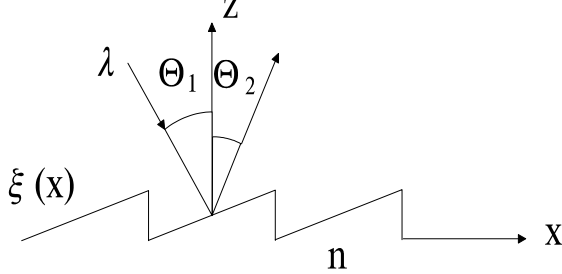


Рис. 1. Схема отражения плоской волны от рельефной поверхности

3. Градиентный метод расчета рельефа поверхности произвольного вида.

Сформулируем задачу поиска функции $\xi(x)$ по заданному угловому распределению интенсивности $i(\Theta_2) = |\rho_0(\Theta_2)|^2$ как вариационную задачу поиска минимума функционала невязки:

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [|\rho_0(\Theta_2)| - |\rho(\Theta_2, \xi, \xi')|]^2 d\Theta_2, \quad (3)$$

где $|\rho_0|$ и $|\rho|$ - заданный и рассчитанный модули комплексной угловой амплитуды. Будем находить экстремум критерия (3) методом Релея-Ритца [7]. Для этого искомую функцию рельефа $\xi(x)$ приближенно можно представить как линейную комбинацию некоторых известных базисных функций:

$$\xi(x) \approx \sum_{n=1}^N c_n \psi_n(x). \quad (4)$$

Далее коэффициенты суммы (4) рассматриваются как параметры, подбором которых можно минимизировать функционал (3). Поиск коэффициентов c_n выполняется с помощью известной итеративной процедуры:

$$c_n^{(k+1)} = c_n^{(k)} - \tau_n \frac{\partial I}{\partial c_n^{(k)}}, n = 1..N \quad (5)$$

где $c_n^{(k)}$ и $c_n^{(k+1)}$ - коэффициенты суммы (4), вычисленные на k -ом и $(k+1)$ -ом шагах соответственно, τ_n - шаг n -го уравнения, который ищется обычной линейной процедурой [8] из условия локального минимума функционала (3). Производные, входящие в уравнение (5), имеют вид:

$$\frac{\partial I}{\partial c_n} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{|\rho_0|}{|\rho|}\right) \left(\rho^* \frac{\partial \rho}{\partial c_n} + \rho \frac{\partial \rho^*}{\partial c_n}\right) d\Theta_2 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial c_n} = \frac{1}{4L \cos \Theta_1} \int_{-L}^L \left[\xi' \frac{\partial a}{\partial c_n} + a \frac{\partial \xi'}{\partial c_n} - \frac{\partial b}{\partial c_n} + (ia\xi' - ib)s_z \frac{\partial \xi}{\partial c_n} \right] \exp\{i[s_x x + s_z \xi(x)]\} dx \quad (7)$$

$$\frac{\partial a}{\partial c_n} = (\sin \Theta_2 - \sin \Theta_1) \frac{\partial r_F}{\partial c_n}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial b}{\partial c_n} = (\cos \Theta_2 + \cos \Theta_1) \frac{\partial r_F}{\partial c_n}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial c_n} = \psi_n, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \xi'}{\partial c_n} = \frac{d\psi_n}{dx}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial r_F}{\partial c_n} = \frac{2r_F \sin \theta}{\cos \theta + \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2 \theta}} \frac{\partial \theta}{\partial c_n}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial c_n} = \left[1 + (\xi')^2\right] \frac{\partial \xi'}{\partial c_n}. \quad (13)$$

4. Градиентный метод расчета пилообразного рельефа.

Рассмотрим частный вариант описанного выше метода, примененный для отражательной поверхности с пилообразным рельефом. Пусть освещенный участок поверхности $[-L, L]$ разбит на N отрезков равной длины 2Δ , на которых пилообразный рельеф не меняет угол наклона образующей ω_n . Тогда функция $\xi(x)$ представима в виде:

$$\xi(x) = \sum_{n=1}^N \text{rect}\left(\frac{x-2n\Delta}{\Delta}\right) [\alpha_n(x-2n\Delta) + \varphi_n], \quad (14)$$

где $\alpha_n = \text{tg} \omega_n$, φ_n - величина смещения по оси z от некоторой плоскости (см. Рис. 2), $\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1, & x \in [-a, a] \\ 0, & x \notin [-a, a] \end{cases}$.

Подставив функцию пилообразного рельефа (14) в уравнение (1), получим конкретный вид углового распределения амплитуды рассеяния:

$$\rho(\Theta_2) = \sum_{n=1}^N Q_n(\Theta_2) \exp\{-i\gamma_n g(\Theta_2)\} \quad (15)$$

где

$$Q_n(\Theta_2) = \frac{\Delta \sqrt{1 + \alpha_n^2}}{2L \cos \Theta_1} \left[(1 - r_n) \cos(\Theta_1 - \omega_n) - (1 + r_n) \cos(\Theta_2 + \omega_n) \right] \text{sinc} \left\{ 2k\Delta \sqrt{1 + \alpha_n^2} \cos \left(\frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2} \right) \right\} \exp \left\{ 2ink\Delta (\sin \Theta_1 - \sin \Theta_2) \right\}, \quad (16)$$

$\gamma_n = \frac{\varphi_n}{\Delta}$, $g(\Theta_2) = k\Delta(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)$, r_n - коэффициент отражения Френеля r_F на n -ом отрезке поверхности.

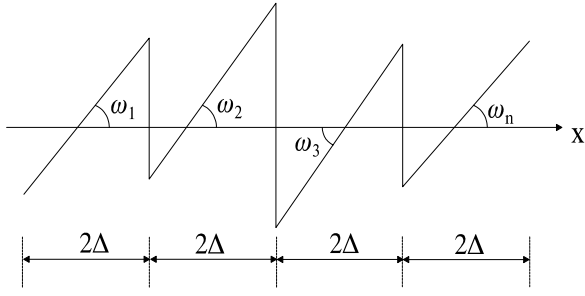


Рис. 2. Пример пилообразного рельефа отражающей поверхности

Обозначив $g(\Theta_2)=x$, вместо (15) получим:

$$\rho(x) = \sum_{n=1}^N Q_n(x) \exp\{-i\gamma_n x\} \quad (17)$$

Уравнение (17) показывает, что функция $\rho(\Theta_2)$ является результатом суперпозиции вкладов от каждой ячейки разбиения. Каждый индивидуальный вклад пропорционален sinc-функции, максимальное значение которой достигается при углах дифракции $\Theta_{2n} = -2\omega_n + \Theta_1$. Эффективная угловая ширина sinc-функции пропорциональна величине

$$\frac{2k\Delta}{\sin \omega_n} \sin(\omega_n - \Theta_1).$$

Если выбрать углы наклона ω_n образующих рельефа так, что все порядки дифракции (слагаемые в сумме (17)) пространственно разделяются между собой в дальней зоне, то синтез поверхности МО в этом случае тривиален.

Поверхность МО будет иметь вид, показанный на Рис. 3а.

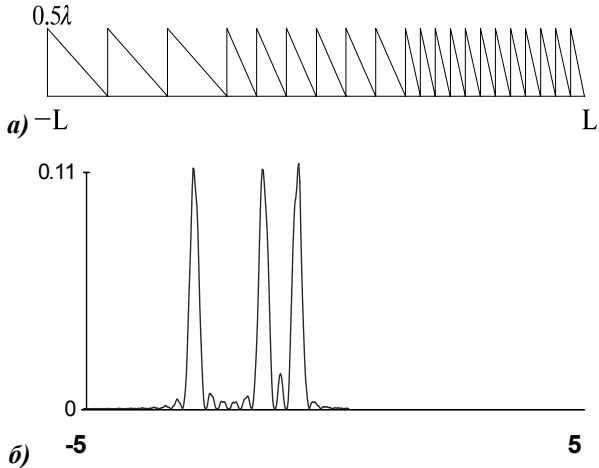


Рис. 3. Пилообразный рельеф поверхности (а) и угловое распределение интенсивности отраженного света (б)

Вся поверхность в этом примере разделена на три равных отрезка, в каждом из которых угол наклона пилообразного рельефа постоянен, а высота рельефа постоянна и равна $\lambda/2$. Расчет дифракции

плоской ТЕ-волны на такой поверхности ($\Theta_1=0$) показал, что формируются три дифракционных порядка равной интенсивности (рис.3б). Если на углы ω_n не накладывать специальных условий, то задачу можно сформулировать в общем случае для расчета МО с блеском. Пусть параметры Δ и α_n фиксированы, а свободными параметрами являются только γ_n . Рассмотрим опять вариационную задачу на поиск минимума функционала (3), который будет зависеть от параметров γ_n :

$$I(\gamma_n) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [|\rho_0(\Theta_2)| - |\rho(\Theta_2, \gamma_n)|]^2 d\Theta_2 \quad (18)$$

Вместо градиентной процедуры поиска (5) в данном случае будем иметь

$$\gamma_n^{(k+1)} = \gamma_n^{(k)} - \tau_n \frac{\partial I}{\partial \gamma_n^{(k)}}, n = 1..N \quad (19)$$

где

$$\frac{\partial I}{\partial \gamma_n} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{|\rho_0|}{|\rho|}\right) \left(\rho^* \frac{\partial \rho}{\partial \gamma_n} + \rho \frac{\partial \rho^*}{\partial \gamma_n}\right) d\Theta_2 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \gamma_n} = -i \sum_{n=1}^N Q_n(\Theta_2) g(\Theta_2) \exp\{-i\gamma_n g(\Theta_2)\}. \quad (21)$$

Оптимальные величины шагов τ_n в уравнениях (19) находятся с помощью линейного поиска минимального значения функционала (18) на каждом шаге итерации [8].

5. Численные примеры.

Удобство использования МО с пилообразным рельефом видно из следующего примера. На Рис. 4а показан бинарный профиль отражательного МО, высота рельефа которого равна $\lambda/4$ и который получен путем бинаризации пилообразного рельефа, показанного на Рис. 3а.

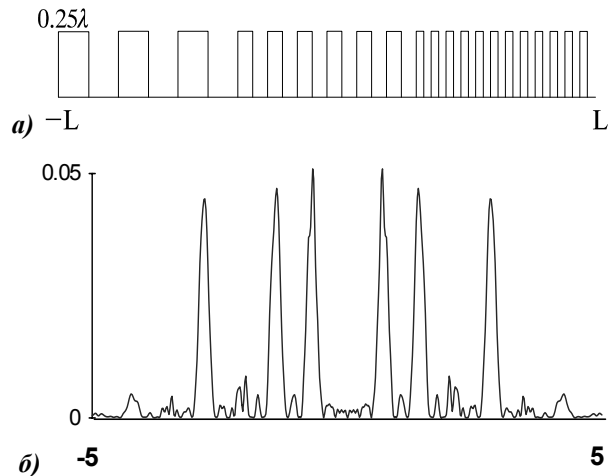


Рис. 4. Бинарный профиль поверхности (а) и угловое распределение интенсивности отраженного света (б)

Результат расчета дифракции плоской ТЕ-волны на поверхности с таким рельефом (рис.4а) показан на Рис. 4б. По оси ординат отложены значения отношения интенсивности рассеянного на поверхности света к суммарной интенсивности падающего света. По оси абсцисс отложены углы рассеяния в градусах. Вместо трех порядков равной интенсивности (рис.3б) формируются шесть порядков также равной интенсивности (рис.4б). Параметры моделирования: $L=0.25$ мм, $\lambda=0.63$ мкм, $\tilde{n} = n + ik$, $n = \infty$, $\tilde{k} = 0$ -случай бесконечной проводимости, $\Theta_1=0$, $M=512$ -общее число отсчетов.

Минимальный период модуляции рельефа около 10λ . Интересно отметить, что если высота рельефа отличается от заданного значения $\lambda/4$, то это приводит только к появлению нулевого порядка и уменьшению энергетической эффективности МО, но распределение интенсивности между рабочими порядками не меняется. На Рис. 5а,б показано угловое распределение интенсивности $|\rho(\Theta_2)|^2$, рассчитанное для поверхности с рельефом, показанным на Рис. 4а, но высота которого отличается от заданной величины $\lambda/4$ на 10% (рис.5а) и на 20% (рис.5б).

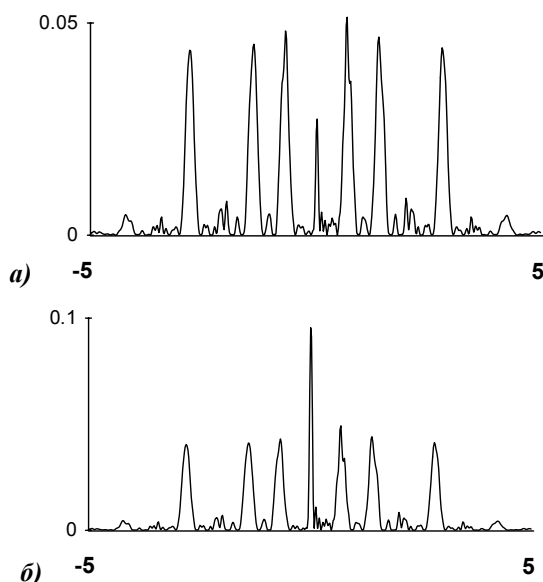


Рис. 5. Угловое распределение интенсивности света, отраженного от поверхности с бинарным рельефом с высотой: $\lambda/4+\lambda/40$ (а) и $\lambda/4+\lambda/20$ (б)

Бинарный профиль МО, показанный на Рис. 4а достаточно устойчив к изменению угла падения Θ_1 .

На Рис. 6 показано угловое распределение интенсивности при угле падения десять градусов. Из сравнения Рис. 6 и Рис. 4б видно, что при возрастании угла падения, произошло только смещение порядков по угловой координате, а распределение интенсивности между ними почти не изменилось. При изменении угла падения в диапазоне от минус десяти градусов до десяти градусов распределение интенсивности по порядкам изменялось не более чем на 10%.

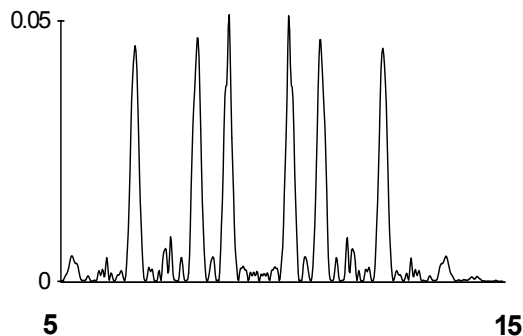


Рис. 6. Угловое распределение интенсивности света, отраженного от бинарной решетки под углом 10 градусов.

Литература.

- [1] Streibl N. Beam shaping with optical array generators // J.Mod. Opt., v.36, p.1559-1573 (1989)
- [2] A.Vasara, M.R.Taghizdeh, J.Turunen et. al. Binary surface-relief gratings for array illumination in digital optics // Appl. Opt., v.31, no 17, p.3320-3336 (1992)
- [3] H.Dammann, K.Gortler. High-efficiency in line multiple imaging by means of multiple phase holograms // Opt. Commun., v.3, p.312-315 (1971)
- [4] R.Petit. Electromagnetic theory of gratings, v.22, of Topics in Current Physics, Springer-Verlag, Berlin, 1980
- [5] P.Beckmann, A.Spizzichio. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. Pergamon Press, Oxford, 1963
- [6] М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики, Москва, Наука, 1973
- [7] Г.Корн, Т.Корн. Справочник по математике, Москва, Наука, 1968
- [8] R.Fienup. Phase-relief algorithm for a complicated optical system // Appl. Opt.,v.32, N 10, p.1737-1746 (1993)