

МЕТОДЫ КОДИРОВАНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ ДОО

В.В. Котляр, С.Н. Хонина, В.А. Сойфер
Институт систем обработки изображений РАН

Аннотация

Рассмотрены методы кодирования для расчета композиционных ДОО. Предложена модификация метода частичного кодирования, ориентированная на использование пространственного модулятора света. Рассмотрены композиционные ДОО для формирования различных заданных изображений на различных плоскостях, а также различных изображений для различных длин волн.

Введение

В последнее время появились новые алгоритмы кодирования, предназначенные для быстрого (почти в масштабе реального времени) неитеративного расчета дифракционных оптических элементов (ДОО) или фазовых пространственных фильтров, которые реализуются с помощью фазовых пространственных модуляторов света (ПМС). Например, в [1] описан работающий на отражении ПМС фирмы Boulder Nonlinear Systems, Inc., состоящий из 120×128 электрически управляемых рабочих ячеек. Каждая ячейка заполнена немагнитическим жидким кристаллом. ПМС считывается линейно поляризованным зеленым лазерным пучком с длиной волны 532 нм. Скорость смены кадров равна 250 Гц.

Заданное число ячеек ПМС требует разработки специальных методов кодирования, отличных от классических методов цифровой голографии: методов Ломана, Ли, Кирка-Джонса и другие. В методах цифровой голографии каждый отсчет амплитудно-фазовой функции, подлежащей кодированию, заменяется ячейкой $K \times K$ отсчетов цифровой голограммы.

В методах, ориентированных на ПМС, требуется каждый отсчет кодируемой амплитудно-фазовой функции заменить на один отсчет фазовой функции. Другое ограничение для методов кодирования, ориентированных на применение ПМС, связано с режимом реального времени. Поэтому изображение, которое требуется сформировать с помощью ПМС, как правило, состоит из небольшого числа светлых пятен с минимальным дифракционным радиусом [1]. Это ограничение приводит к расчету композиционных ДОО, когда комплексную амплитуду пропускания ПМС находят как композицию (или суперпозицию) нескольких слагаемых:

$$f(x, y) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M C_{nm} \Psi_{nm}(x, y). \quad (1)$$

Например, для формирования набора световых пятен в плоскости пространственного спектра функции из уравнения (1) имеют вид:

$$\Psi_{nm}(x, y) = \exp[i(xu_{nm} + yv_{nm})], \quad (2)$$

где (u_{nm}, v_{nm}) – координаты центра светового пятна в Фурье-плоскости.

Для формирования контурных объектов, например букв, можно использовать метод расчета композиционных ДОО [2], в котором изображение состоит из набора отрезков.

Известны несколько методов кодирования композиционных ДОО, ориентированных на применение ПМС: метод наименьших расстояний [3, 4], метод диффузии ошибки [5, 6], метод псевдослу-

чайного кодирования [7, 8] и их комбинации между собой [9, 10].

Метод наименьших расстояний (МНР) [3] по сути своей сходен с методом расчета киноформов [4] и состоит в замене модуля функции $|f(x, y)|$ на постоянное значение (при сохранении аргумента функции $\arg f(x, y)$):

$$|f(x, y)| = 1, (x, y) \in \Omega, \quad (3)$$

где Ω – форма апертуры ДОО. При этом модуль исходной функции $f(x, y)$, определенной уравнением (1), может быть как больше, так и меньше единицы.

Этот метод кодирования дает наибольшую дифракционную эффективность ε , но и наибольшую среднеквадратичную ошибку δ при формировании заданного изображения.

Метод диффузии ошибки (МДО) [5, 6] состоит в замене функции $f(x, y)$ на фазовую функцию $\tilde{f}(x, y)$ по правилу:

$$\tilde{f}(x, y) = \exp[i \arg \theta(x, y)], \quad (4)$$

$$\theta(x, y) = f(x, y) + p(x, y),$$

$$p(x, y) = (q(x, y - \Delta) + q(x - \Delta, y)) / 2,$$

$$q(x, y) = \theta(x, y) - \tilde{f}(x, y),$$

где Δ – шаг дискретности в плоскости ДОО, $(x, y) \in \Omega$.

Этот алгоритм, как и МНР, приводит к значительной эффективности (50–80%), но и к существенной ошибке (30–40%) при формировании изображения.

Метод псевдослучайного кодирования (ПСК) [7, 8] состоит в замене функции $f(x, y)$ на фазовую функцию по правилу:

$$\tilde{f}(x, y) = \exp[i \arg \varphi(x, y)], \quad (5)$$

$$\varphi(x, y) = \arg f(x, y) - \text{sgn}(S_{ij}) \mathcal{A}(x, y),$$

$$\mathcal{A}(x, y) = \arccos(|f(x, y)|),$$

$$S_{ij} \in [-0,5, 0,5],$$

где S_{ij} – псевдослучайная величина, которая генерируется датчиком псевдослучайных чисел.

Этот алгоритм более адекватно учитывает амплитудную информацию функции $f(x, y)$ и поэтому приводит к меньшей ошибке, но и меньшей дифракционной эффективности, в отличие от алгоритмов МНР и МДО.

В [9, 10] описаны алгоритмы кодирования ДОО, основанные на комбинации (смешении) алгоритмов МНР, МДО и ПСК. Цель комбинации этих алгоритмов в том, чтобы достичь уменьшения ошибки δ (как в методе ПСК), но при этом чтобы

эффективность ε была существенной (как в методах МНР и МДО).

Методы кодирования композиционных ДОЭ основаны на уравнении (1), в котором комплексные коэффициенты C_{nm} определены неоднозначно, так как задается только интенсивность световых пятен в Фурье-плоскости $|C_{nm}|^2$, а их фазы $\arg C_{nm}$ могут быть произвольны. Поэтому при разном выборе фаз коэффициентов C_{nm} получаются разные значения эффективности ε и ошибки δ . Причем, даже если задавать фазы C_{nm} с помощью датчика псевдослучайных чисел, результат будет меняться от реализации к реализации фаз коэффициентов.

Для того чтобы эффективность ε и ошибка δ менялись в широких пределах для одной и той же реализации фаз коэффициентов C_{nm} в [9, 10], предложено ввести в схему алгоритма параметр γ . Этот параметр управляет степенью смещения алгоритмов МНР, МДО и ПСК в комбинациях МНР–ПСК и МДО–ПСК.

Из уравнения (1) следует, что модуль функции $f(x,y)$, если не сделана операция нормировки, может принимать значения от нуля до бесконечности. Но, как следует из (5), метод ПСК применим, если $|f(x,y)| \leq 1$. Поэтому если нормировать кодируемую функцию $f(x,y)$ таким образом, чтобы максимальное значение модуля было равно заданному значению параметра:

$$\gamma = \max |f(x,y)|, (x,y) \in \Omega,$$

то смещение алгоритмов будет заключаться в следующем: если $1 \leq |f(x,y)| \leq \gamma$, то применяется алгоритм МНР или МДО, а если $|f(x,y)| < 1$, то применяется алгоритм ПСК.

Заметим, что в [1] рассмотрен метод частично-го кодирования при неитеративном расчете ДОЭ, в котором также введен параметр $0 < \alpha < 1$, регулирующий тип кодирования нормированной на единицу комплексной функции $f(x,y)$: если $|f(x,y)| \geq \alpha$, то применялся метод киноформа [4] с выравниванием амплитуды $|f(x,y)| = 1$ и сохранением фазы $\arg f(x,y)$, если же $|f(x,y)| < \alpha$, то амплитуда кодировалась с помощью смещения фазового скачка на π по плоскости ДОЭ в рамках субапертуры из $K \times K$ элементов. Введение параметра α в [11] позволило менять оба параметра, характеризующие качество расчета ДОЭ (эффективность ε и ошибку δ) в широких пределах.

В данной работе предлагается модернизация метода частично-го кодирования для расчета ДОЭ, ориентированного на применение ПМС.

1. Метод частично-го кодирования, ориентированный на применение ПМС

Метод применяется к нормированной комплексной амплитуде:

$$g(x,y) = f(x,y) (\max |f(x,y)|)^{-1},$$

$$|g(x,y)| \leq 1.$$

Нормированная амплитудно-фазовая функция $g(x,y)$ заменяется на фазовую функцию $\tilde{g}(x,y)$ по правилу:

$$\tilde{g}(x,y) = \begin{cases} \exp\{i \arg[g(x,y)]\}, & |g(x,y)| \geq \alpha, \\ \exp\{i \arg[g(x,y)] + i\mu\}, & |g(x,y)| < \alpha, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\mu = \begin{cases} \pi, & \text{sgn}(S_{ij}) > 0, \\ 0, & \text{sgn}(S_{ij}) < 0, \end{cases} \quad (7)$$

$S_{ij} \in [-0,5, 0,5]$ – псевдослучайная величина.

Алгоритм (6), (7) означает, что если модуль нормированной амплитуды, подлежащей кодированию, больше порогового значения α , то применяется метод киноформа [4], если же меньше α , то фазы в соседних точках меняются на π , то есть увеличивается рассеяние света в окрестности данной точки ДОЭ.

В отличие от метода ПСК, в котором рассеяние света в точках ДОЭ, в которых амплитуда меньше единицы, происходит дозированно, то есть обратно пропорционально амплитуде, в алгоритме (6), (7) рассеяние происходит одинаково во всех точках ДОЭ, в которых амплитуда меньше α .

На рис. 1а показана полутоновая фаза в диапазоне $[0, 2\pi]$ кодированного ДОЭ размером 128×128 , а на рис. 1б показано распределение интенсивности в Фурье-плоскости в виде 5×5 световых пятен с минимальным дифракционным радиусом. Интенсивность света в этих пятнах при расчете выбиралась равной единице, то есть в уравнении (1) $|C_{nm}| = 1$, а фазы выбирались псевдослучайными: $\arg C_{nm} = S_{nm}$, S_{nm} – генерировались датчиком псевдослучайных чисел.

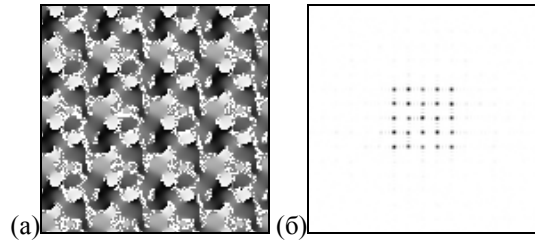


Рис. 1. Полутоновая фаза кодированного ДОЭ (а) и распределение интенсивности в Фурье-плоскости (б).

На рис. 2 показаны графики зависимости дифракционной эффективности ε (кривая 1) и среднеквадратичной ошибки δ (кривая 2) от значения параметра α для того же случая, что показан на рис. 1, только реализации псевдослучайной величины S_{nm} были различными. Из рисунка 2 видно, что наименьшая ошибка $\delta = 15\%$ достигается при $\alpha = 0,31$ с эффективностью $\varepsilon = 52\%$. А при $\alpha = 0$ достигается максимальная эффективность $\varepsilon = 85\%$, но ошибка возрастает до $\delta = 30\%$.

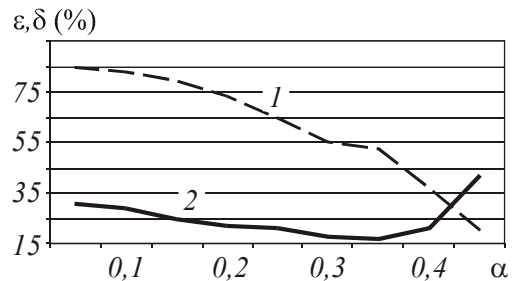


Рис. 2. Графики зависимости дифракционной эффективности ε (кривая 1) и среднеквадратичной ошибки δ (кривая 2) от значения параметра α .

Если рассматривать композиционные ДОЭ, формирующие объекты на заданном расстоянии z от плоскости ДОЭ, но состоящие из точек, а не линий,

как в [2], в композиции (1) нужно использовать функции:

$$\Psi_{nm}(x, y) = \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)\right] \times \exp[i(xu_{nm} + yv_{nm})] \quad (8)$$

где λ – длина волны света, (u_{nm}, v_{nm}) – координаты центра светового пятна в Френель-плоскости z .

На рис. 3а показана полутонная фаза в диапазоне $[0, 2\pi]$ кодированного ДОЭ размером 128×128 и радиуса 1 мм, а на рис. 3б показано распределение интенсивности на расстоянии $z=100$ мм от плоскости ДОЭ в виде 5×5 световых пятен с минимальным дифракционным радиусом. Коэффициенты C_{nm} в уравнении (1) выбирались аналогично ранее приведенному примеру. Как видно из рисунка, результаты получились несколько хуже (сравните рис. 1б и 3б), так как для функций вида (8) нужен меньший шаг дискретизации, чем для функций вида (2).

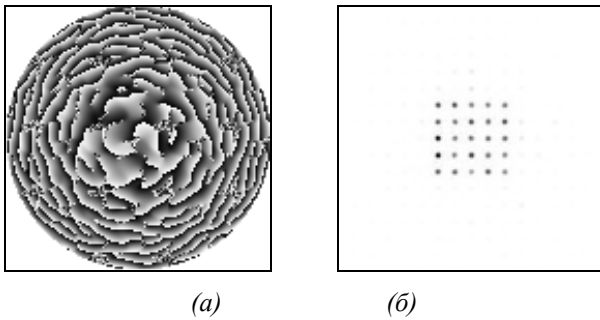


Рис. 3. Полутонная фаза кодированного ДОЭ (а) и распределение интенсивности на расстоянии $z=100$ мм от плоскости ДОЭ (б).

2. Композиционные ДОЭ для формирования нескольких изображений

Функции (8) можно использовать для расчета более сложных композиционных ДОЭ. Например, можно формировать различные изображения в плоскостях, расположенных на различных расстояниях от плоскости ДОЭ.

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$f(x, y) = \sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^{N_p} \sum_{m=1}^{M_p} C_{nm}^p \Psi_{nm}^p(x, y), \quad (9)$$

где

$$\Psi_{nm}^p(x, y) = \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda_p z_p} (x^2 + y^2)\right] \times \exp[i(xu_{nm}^p + yv_{nm}^p)] \quad (10)$$

Заметим, что при этом значительно повышается количество слагаемых в композиции, что приводит к более равномерному распределению амплитуды $|f(x, y)|$. В этом случае метод киноформа [4] может дать приемлемые результаты без специального кодирования.

На рис. 4 показан результат моделирования такого ДОЭ (256×256 отсчетов, радиус 1 мм) при освещении его плоской волной с длиной волны $\lambda=633$ нм. На рис. 4а показана полутонная фаза некодированного ДОЭ, формирующего на расстоянии $z_1=100$

мм кольцо, состоящее из 40 световых пятен равной интенсивности (рис. 4в), а на расстоянии $z_2=500$ мм треугольник, состоящий также из 40 световых пятен равной интенсивности (рис. 4д). Радиусы всех пятен равны минимальному дифракционному радиусу. На рис. 4б, г, е показаны распределения интенсивности в плоскостях $z=50$ мм, $z=300$ мм и $z=700$ мм. Для моделирования применялся быстрый алгоритм преобразования Фурье.

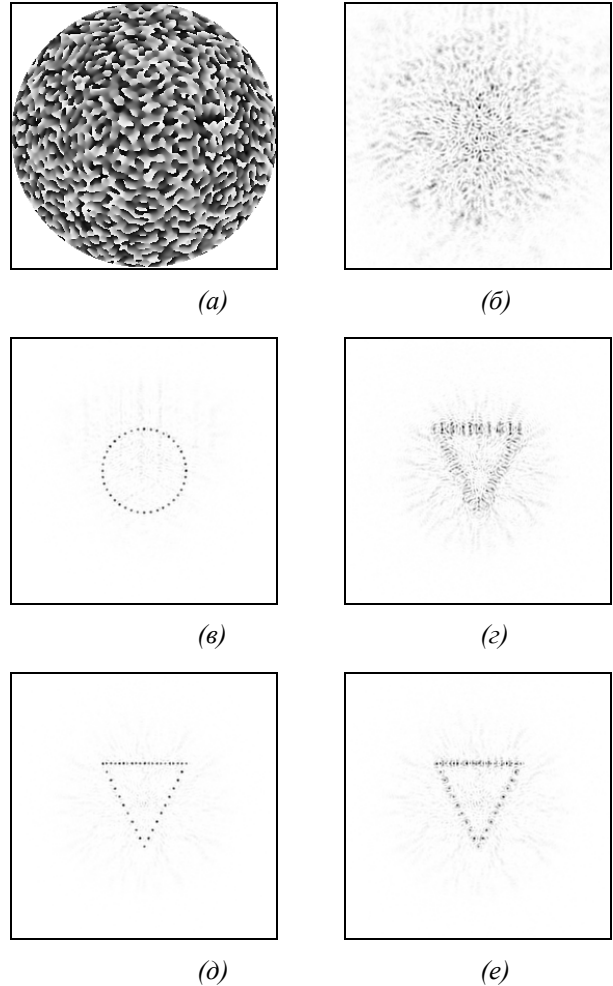


Рис. 4. Полутонная фаза некодированного ДОЭ (а) и распределения интенсивности на расстоянии $z=50$ мм (б), $z=100$ мм (в), $z=300$ мм (г), $z=500$ мм (д), $z=700$ мм (е) от плоскости ДОЭ.

Композиция (9) позволяет рассчитывать также ДОЭ, формирующие различные заданные изображения при освещении ДОЭ светом с различной длиной волны. В этом случае функции (10) будут выглядеть следующим образом:

$$\Psi_{nm}^p(x, y) = \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda_p z} (x^2 + y^2)\right] \times \exp[i(xu_{nm}^p + yv_{nm}^p)] \quad (11)$$

Аналогично можно представить функции (2):

$$\Psi_{nm}^p(x, y) = \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda_p f} (xu_{nm}^p + yv_{nm}^p)\right], \quad (12)$$

где f – фокусное расстояние сферической линзы.

Понятно, что можно еще усложнить ДОО, совместив уравнения (10) и (11) и варьируя как z , так и λ .

На рис. 5 показан результат моделирования композиционного ДОО (256×256 отсчетов, радиус 1 мм) для различных длин волн на одном и том же расстоянии $z=100$ мм. На рис. 5а показана полутонная фаза некодированного ДОО, формирующего при длине волны $\lambda_1=488$ нм крест, состоящий из тридцати шести световых пятен равной интенсивности (рис. 5в), а при длине волны $\lambda_2=633$ нм кольцо, состоящее из девяноста световых пятен равной интенсивности (рис. 5д). На рис. 5б, г, е показаны распределения интенсивности для длин волн $\lambda=244$ нм, $\lambda=560$ нм и $\lambda=705$ нм.

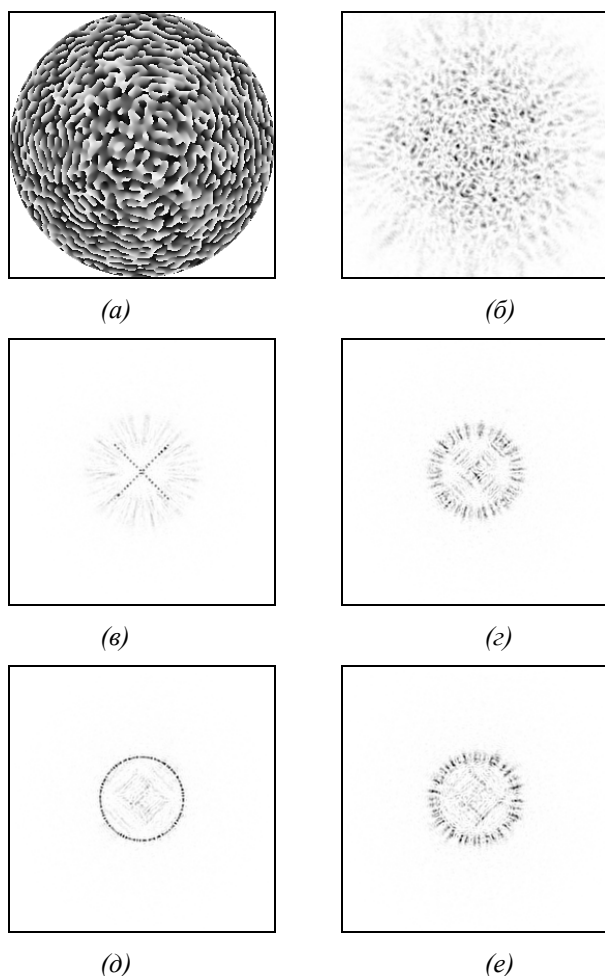


Рис. 5. Полутонная фаза некодированного ДОО (а) и распределения интенсивности на расстоянии $z=100$ мм от плоскости ДОО при длине световой волны $\lambda=244$ нм (б), $\lambda=488$ нм (в), $\lambda=560$ нм (г), $\lambda=633$ нм (д), $\lambda=705$ нм (е).

Заключение

В работе предложена модернизация метода частичного кодирования [11], ориентированная на расчет композиционных ДОО, предназначенных для реализации с помощью ПМС почти в реальном масштабе времени. Расчет фазы ДОО размерностью

128×128 точек, формирующего 5×5 светлых пятен, на компьютере Pentium II с тактовой частотой 400 МГц составляет 3 секунды. Результаты моделирования показали, что данный алгоритм не уступает по ошибке δ и в эффективности ε - известным алгоритмам кодирования подобного рода [3-10].

Показана возможность формирования различных заданных изображений на различных плоскостях, а также для различных длин волн с помощью композиционных ДОО.

Благодарность

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 99-00-39012, 00-15-96114, 00-01-00031).

Литература

1. L. Ge, M. Duelli, R.W. Cohn Enumeration of illumination and scanning modes from real-time spatial light modulators // Opt. Express, V. 7, №. 12. P. 403-417 (2000).
2. S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.V. Lushpin, V.A. Soifer A method for design of composite DOEs for the generation of letter image // Optical Memory and Neural Networks. V. 6. №. 3. P. 213-220. (1997).
3. R.D. Juday Optimal realizable filters and the minimum Euclidean distance principle // Appl. Opt., V. 32. P. 5100-5111 (1993).
4. L.B. Lesem, P.M. Hirsch, J.A. Jordan The kinoform: a new wavefront reconstruction device // IBM J. Res. Dev., V. 13. P. 150-155. (1969).
5. E. Barnard Optimal error diffusion for computer-generated holograms // J. Opt. Soc. Am. A, V. 5. P. 1803-1811. (1986).
6. S. Wessbach, F. Wyrowski, O. Bryngdahl Digital phase holograms: coding and quantization with an error diffusion concept // Opt. Commun. V. 72. P. 37-41. (1989).
7. R.W. Cohn, M. Liang Approximating fully complex spatial modulation with pseudorandom phase-only modulation // Appl. Opt. V. 33. P. 4406-4415. (1994).
8. L.G. Hassenbrook, M.E. Lhamon, R.C. Daley, R.W. Cohn, M. Liang Random phase encoding of composite fully complex filters // Opt. Lett. V. 21. P. 272-274/ (1996).
9. M. Duelli, M. Reece, R.W. Cohn Modified minimum-distance criterion for banded random and non-random encoding // J. Opt. Soc. Am. A. V. 16. № 10. P. 2425-2438. (1999).
10. L. Ge, M. Duelli, R.W. Cohn Improved-fidelity error diffusion through blending with pseudorandom encoding // J. Opt. Soc. Am. A. V. 17. № 9. P. 1606-1616. (2000).
11. V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, A.S. Melekhin, V.A. Soifer Fractional encoding method for spatial filters computation // Asian Journal of Physics. V. 8. № 3. P. 273-286. (1999).