

## ФОКУСАТОРЫ В КРУГ И КОЛЬЦО ИЗ ГАУССОВОГО ПУЧКА

В.В. Котляр, А.П. Осипов\*

Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара

\*Самарский государственный аэрокосмический университет

### Введение

Известно несколько методов формирования радиально симметричных фигур с использованием ДООЭ.

Для фокусировки когерентного света в узкое кольцо обычно используются конические аксиконы в сочетании со сферическими линзами [1] и бинарные аксиконы [2]. Под узким световым кольцом в фокальной плоскости понимается такое кольцо, ширина которого меньше дифракционного предела Фраунгофера для конической волны с ограниченной апертурой, дифрагирующей на ДООЭ [3].

В [5] рассматривается итеративный алгоритм, который позволяет осуществлять расчёт радиально-симметричных ДООЭ с небольшим числом уровней фазы. В [5] при расчёте ДООЭ, формирующих дифракционные картины, обладающие радиальной симметрией (круг, набор колец) также применяются итеративные алгоритмы, характерной особенностью которых является использование прямого и обратного преобразований Ханкеля.

В [4] дан общий геометрикооптический метод для расчёта фокусаторов с неточечным откликом. В [3] приведена формула фазы ДООЭ, фокусирующего плоский пучок в широкое кольцо с равномерным распределением интенсивности, рассчитанного геометрикооптическим методом.

Формула для фазы ДООЭ, фокусирующего гауссовый пучок в радиально-симметричную область и рассчитанного геометрикооптическим методом, ещё нигде не встречалась. Расчёту данного ДООЭ и его исследованию и посвящена данная работа.

### 1. Постановка задачи

Предположим, что гауссовый пучок с амплитудой:  $W_0(r) = \sqrt{I_0(r)}$ ,

где  $I_0(r)$  – интенсивность освещающего пучка,

$$\rho(r) = \sqrt{\rho_2^2 - \frac{(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{(1 - \exp(-a^2/w^2))} [\exp(-r^2/w^2) - \exp(-a^2/w^2)]}. \quad (5)$$

Далее, подставляя (5) в (3) и интегрируя, получаем конечный вид фазовой функции

$$\varphi_{\Gamma}(r) = \frac{k}{f} \int_0^r \left[ \sqrt{\rho_2^2 - \frac{(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{(1 - \exp(-a^2/w^2))} [\exp(-r^2/w^2) - \exp(-a^2/w^2)]} \right] dr - \frac{kr^2}{2f}. \quad (6)$$

Для плоского фронта имеем из [3]:

$$\varphi_{nl}(r) = \frac{k\rho_1}{2fc} \left[ cr(c^2r^2 + 1)^{1/2} + \ln(cr + (c^2r^2 + 1)^{1/2}) \right] - \frac{kr^2}{2f}, \quad (7)$$

где  $c = (\rho_2^2 - \rho_1^2)^{1/2} / (a\rho_1)$

При  $\rho_2 \rightarrow \rho_1$ ,

$$I_0(r) = \exp(-r^2/w^2) \quad (1)$$

падает на ДООЭ с комплексной функцией пропускания:  $\tau = \exp(i\varphi(r))$ ,  $r \leq a$ , где  $a$  – радиус ДООЭ,  $w$  – радиус перетяжки гауссового пучка. Требуется найти  $\varphi(r)$ , обеспечивающую формирование заданного кругового распределения интенсивности:

$$I(\rho) = 1, \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2, \quad (2)$$

в фокальной плоскости  $z=f$  (см. рис. 1).

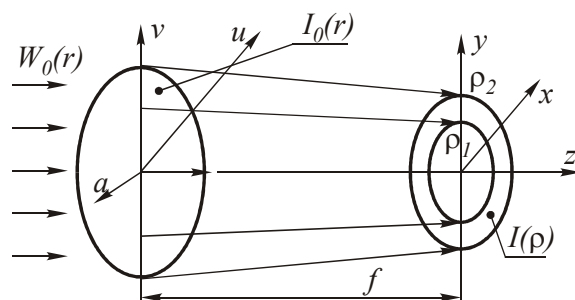


Рис. 1. Геометрия задачи фокусировки в кольцевую область.

### 2. Метод расчёта ДООЭ

Для вычисления  $\varphi(r)$  воспользуемся полученными в работе [6] уравнением наклонов лучей (3) и уравнением сохранения энергии, представленным в интегральной форме (4):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{k}{f} (\rho - r), \quad r \in [0, a], \rho \in [\rho_1, \rho_2]. \quad (3, 4)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  – длина волны падающего света.

Подставляя (1) и (2) в (4), получаем зависимость:

$$\varphi_{\Gamma} = \varphi_{nl} = \frac{k\rho_1}{f} r - \frac{kr^2}{2f}. \quad (8)$$

Из уравнения (9) и (10) для фаз ДООЭ, фокусирующих гауссовый и плоский пучки в круг радиусом  $\rho$ .

Из (8) видно, что сужение кольца фокусировки приводит к известной формуле для фазы ДООЭ типа аксикон +линза.

Из (5) и (7) при  $\rho_2 = \rho$ ,  $\rho_1 = 0$ , легко получить

$$\varphi_r(r) = \frac{k}{f} \rho \int_0^r \left( \sqrt{\frac{1 - \exp(-r^2/w^2)}{1 - \exp(-a^2/w^2)}} \right) dr - \frac{kr^2}{2f}, \quad (9)$$

$$\varphi_{nl} = -\frac{k}{2f} \left( \frac{\rho}{a} - 1 \right) r^2. \quad (10)$$

### 3. Численный расчёт

На рис. 3, 4, 5 представлены результаты расчёта по формулам (6) и (7). Причём интеграл в (6) вычисляется простым методом прямоугольников. После расчёта радиального вида фазы ДОЭ формируется двухмерный массив размером  $N \times N$ , к которому применяется преобразование Френеля, вычисляемое при помощи быстрого преобразования Френеля.

Для оценки характеристик ДОЭ используются величины энергетической эффективности  $E$  и среднеквадратичного отклонения  $\sigma$ . Величина

$$E = \frac{\sum_{n \in \Omega_1} I_n}{\sum_{m \in \Omega_0} I_m},$$

где  $\Omega_1$  - заданная область фокусировки,

$\Omega_2$  - вся фокальная область, характеризует долю энергии, фокусируемую в заданной области, ко всей энергии в фокальной плоскости. Энергетическую эффективность ДОЭ будем оценивать долей энергии освещающего пучка, попадающей в окрестность кольца по уровню 0,3 максимальной интенсивности. Величина

$$\sigma = \frac{1}{\bar{I}} \left( \frac{1}{N} \left( \sum_{n \in \Omega_1} (I_n - \bar{I})^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{где } \bar{I} = \frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_1} I_n,$$

характеризует среднеквадратичное отклонение распределения интенсивности от среднего значения в заданной области фокальной плоскости.

Значения  $E$  и  $\sigma$  представлены в зависимости от параметра  $S = (\rho_2 - \rho_1) / \Delta$  в таблице 2, где  $\Delta$  - минимальный дифракционный размер в фокальной плоскости:  $\Delta = \lambda f / a$ ; величина  $S$  характеризует ширину фокального кольца, по сравнению с дифракционным размером  $\Delta$ .

Отношение  $w/a = 0,33$  было подобрано экспериментально. При таком соотношении наблюдалось наименьшее среднеквадратичное отклонение (рис.2). Увеличение  $w/a$  приводит к сближению фазовых функций для гауссового и плоского пучков. Уменьшение  $w/a$  приводит к тому, что вся энергия фокусируется в центре.

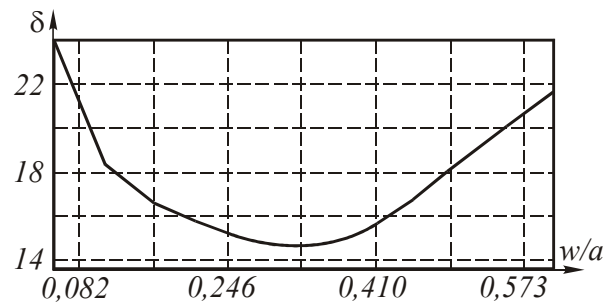


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичного отклонения  $\delta$  от параметра  $w/a$ .

Таблица 1

Параметры расчётов

Радиус ДОЭ, $a$	Длина волны, $\lambda$	Фокусное расстояние, $f$	Отношение радиуса перетяжки гауссового пучка к радиусу ДОЭ $w/a$	Число точек в плоскостях, $N \times N$	Минимальный дифракционный размер, $\Delta$
12,8 мм	2 мкм	1285 мм	0,33	256×256	0,2 мм

Таблица 2

Параметры  $E$  и  $\delta$  для ДОЭ, фокусирующих из плоского и гауссового пучков

N Рис.	S	$\rho_1/\Delta$	ГАУССОВЫЙ ПУЧОК		ПЛОСКИЙ ПУЧОК	
			$E(\%)$	$\delta(\%)$	$E(\%)$	$\delta(\%)$
3	0	10	97,05	14,52	94,69	31,00
4	20	0	98,67	8,01	94,92	32,95
5	1	30	85,80	42,37	82,33	39,86

4. Сравнение результатов фокусировки в кольца различной толщины плоского и гауссового световых пучков

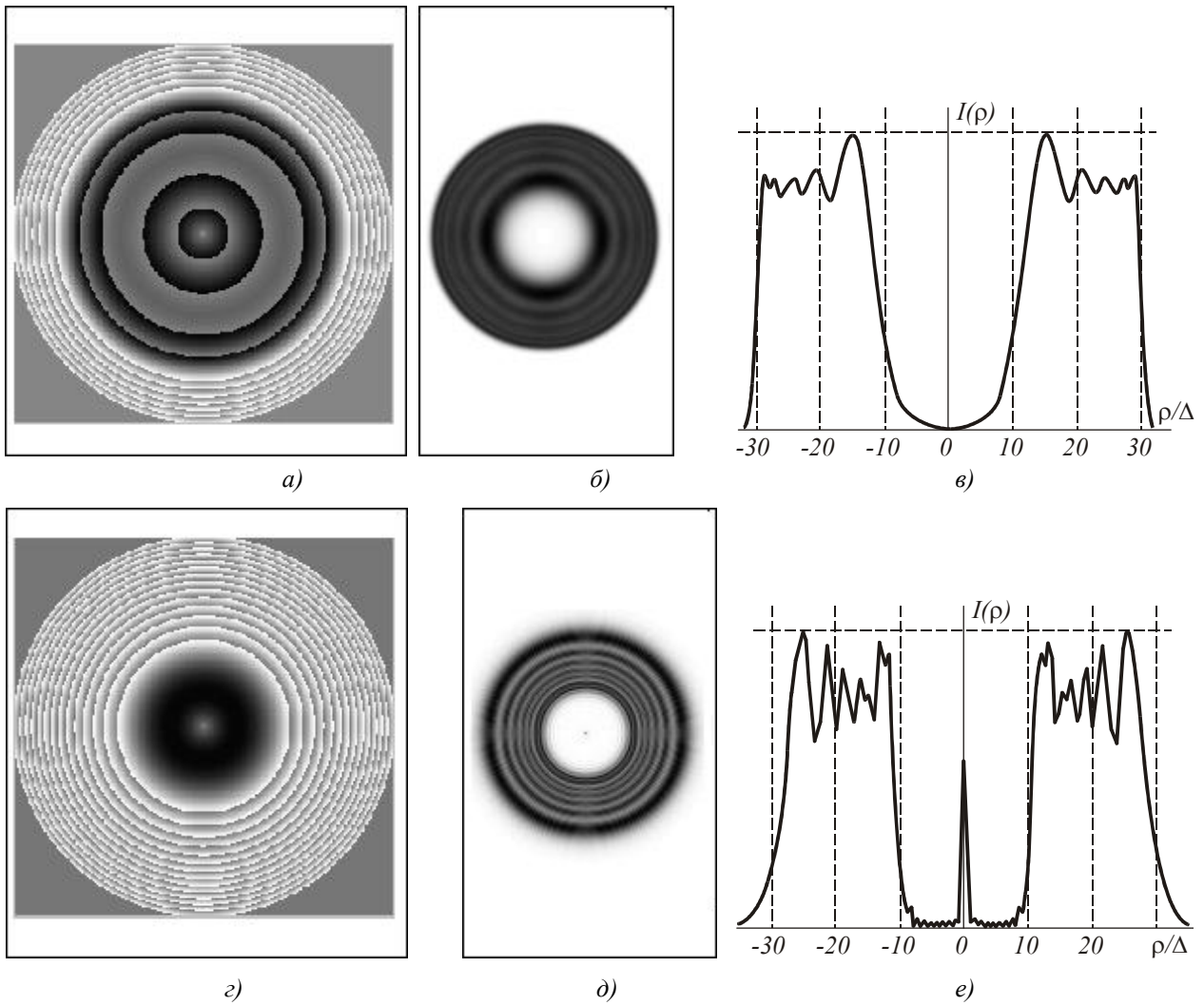
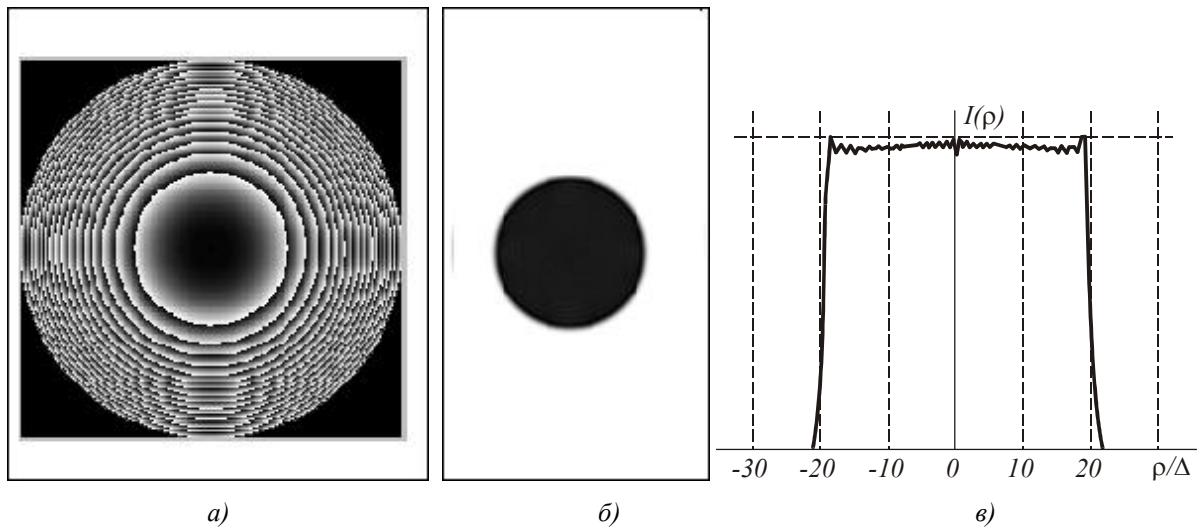


Рис. 3 а) и г) - фазовые функции ДООЭ, формирующие кольцо с  $\rho_1 = 10\Delta$ , толщиной :  $S = 20\Delta$  ;  
 б) и д) - 2D-распределение интенсивностей в фокальной плоскости; в) и е) - радиальное сечение  
 интенсивностей для освещающих гауссового и плоского пучков, соответственно.



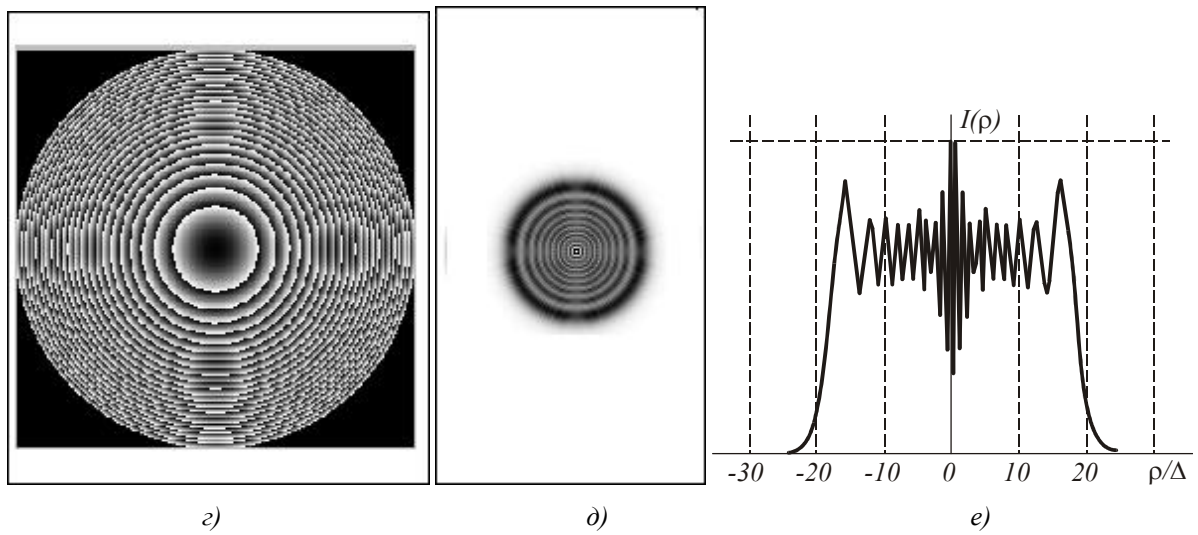


Рис. 4 а) и г) - фазовые функции ДОЭ, формирующие круг толщиной  $S = 20\Delta$ ; б) и д) - 2D-распределение интенсивностей в фокальной плоскости; в) и е) - радиальное сечение интенсивностей для освещающих гауссового и плоского пучков, соответственно.

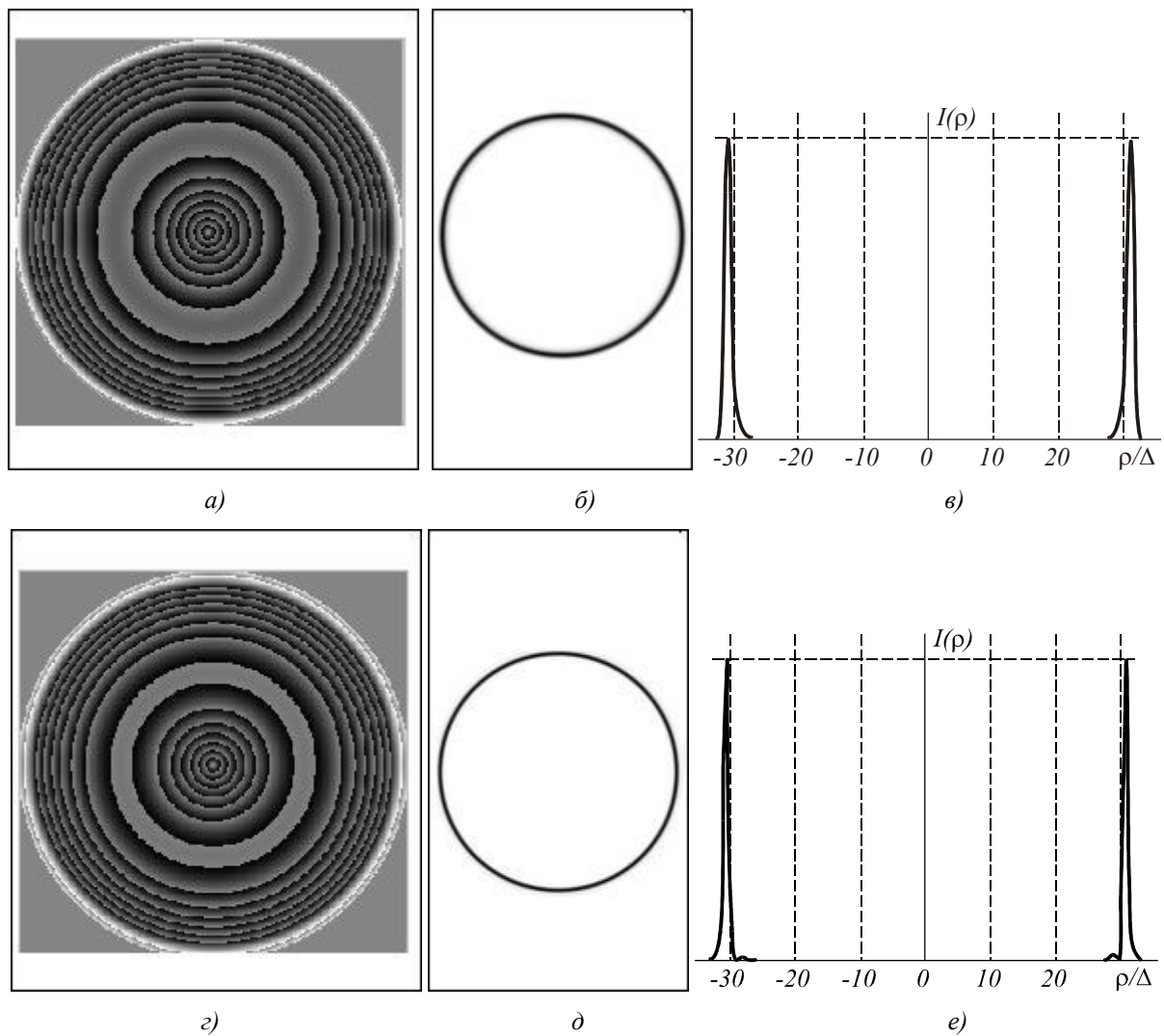


Рис. 5 а) и г) - фазовые функции ДОЭ, формирующие кольцо с  $\rho_1 = 30\Delta$ , толщиной:  $S = \Delta$ ; б) и д) - 2D-распределение интенсивностей в фокальной плоскости; в) и е) - радиальное сечение интенсивностей для освещающих гауссового и плоского пучков, соответственно.

### **Выводы**

1) Из таблицы 2 видно, что для формирования широких колец ( $S > 4$ ) и кругов эффективнее использовать ДОЭ для гауссового пучка, так как в данном случае в 2-3 раза ниже  $\delta$  и несколько выше  $E$ .

2) Расчётные значения распределения интенсивности на рис. 3 и 4 выявляют меньшие флуктуации интенсивности на фокальном кольце для ДОЭ, фокусирующего гауссовый пучок.

3) В случае использования ДОЭ для гауссового пучка отсутствуют пики интенсивности при  $\rho = 0$ .

4) Как видно из рис. 5, оба ДОЭ формируют примерно одинаковое распределение интенсивности в фокальной плоскости на что, собственно, и указывает общий вид их фазовых функций (8) в случае фокусировки в тонкое кольцо. Заметим, что ширина кольца на рис. 5 (б) больше, чем на (рис. 5 (д)). Это обусловлено тем, что гауссовый пучок несколько уменьшает апертуру ДОЭ.

### **Литература**

1. P. Belanger, M. Rioux Ring patterns of a lens-axicon doublet illuminated by a Gaussian beam // *Appl. Opt.*, 1978. V.17, № 7. P. 159-163.
2. A. Fedotowsky and K. Lehovec Optimal Design for Annual Imaging // *Applied Optics*. 1974. V. 13, № 12. P. 2919-2923.
3. L.L. Doskolovich, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, I.V. Nikolsky, V.A. Soifer, G.V. Uspleniev Focusators in to a ring // *Optical and Quantum Electronics*. 1993. V. 25. P. 801-804.
4. V.A. Soifer, M.A. Golub Diffractive micro-optical with non – point response // *Proceedings of SPIE*. 1992. V. 1751. P. 140-151.
5. Методы компьютерной оптики // Под редакцией Сойфера В.А.. М. Физматлит. 2000.
6. M.A. Golub, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer Infra-red Radiaton Focusators // *Optical and Lasers in Engineering*. 1991. V. 15. P. 297-309.