

# УГЛОВАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ДИФРАКЦИОННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ НА КРАСИТЕЛЯХ

*В.В. Ивахник, М.В. Котляр, Е.В. Шильникова  
Самарский государственный университет*

## Аннотация

Проанализирована угловая зависимость дифракционной эффективности динамических голограмм, записанных на красителях, моделируемых двух- и трехуровневыми схемами энергетических уровней. Показано, что при считывании голограммы точно под углом Брэгга уменьшение периода записываемой решетки может приводить как к уменьшению, так и к увеличению дифракционной эффективности голограммы в зависимости от толщины слоя красителя, интенсивности записывающих голограмму волн. Для голограмм, записанных на красителях, моделируемых трехуровневой схемой энергетических уровней, выявлены области интенсивностей записывающих голограмму волн, в пределах которых наблюдается резкое изменение селективных свойств голограммы.

## Введение

Одной из основных характеристик любой голограммы, в том числе и динамической, является угловая зависимость дифракционной эффективности голограммы (ДЭГ), знание которой позволяет судить о возможности записи в фоточувствительных средах голограмм сложных пространственно-неоднородных полей. Несмотря на значительное количество работ, посвященных изучению различных аспектов записи динамических голограмм на красителях [1-5], вопрос об угловой зависимости ДЭГ детально не рассматривался.

### 1. Уравнения, описывающие запись и считывание динамической голограммы

Рассмотрим модель красителя, коэффициент поглощения которого в зависимости от интенсивности падающего на него излучения ( $I$ ) меняется следующим образом

$$\alpha = \alpha_0 \frac{1 + aI}{1 + bI + cI^2}. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha_0$  - начальный коэффициент поглощения,  $a, b, c$  - параметры, представляющие собой комбинацию сечений поглощения и скоростей релаксации между энергетическими состояниями красителя. Вид этих параметров существенным образом зависит от модели красителя. Для двухуровневой модели красителя [6]  $a = c = 0$ . В случае трехуровневой модели красителя [7]

$$a = \sigma_{23}/g_{21}, \quad b = (\sigma_{12} + \sigma_{21})/g_{21}, \\ c = \sigma_{12}\sigma_{23}/(g_{21}g_{23}),$$

где  $\sigma_{ij}$  и  $g_{ij}$  - сечение поглощения и скорость энергетической релаксации между  $i$ -м и  $j$ -м состояниями соответственно.

Пусть голограмма записывается в слое красителя, расположенном между плоскостями  $z = 0$  и  $z = L$  двумя монохроматическими волнами. Будем считывать голограмму излучением с длиной волны, совпадающей с длиной волны излучения, записывающего голограмму. Для считывания голограммы используем схему с обращением волнового фронта, то есть считаем, что считывающая волна распро-

страняется навстречу одной из волн, записывающих голограмму.

При выводе уравнений, описывающих изменение интенсивностей волн записывающих голограммы, амплитуд считывающей и восстановленной волн, будем использовать следующие предположения.

1. В красителе распространяются только четыре монохроматические волны: две волны, записывающие голограмму, считывающая и восстановленная волны.

Амплитуды волн, распространяющихся в красителе можно представить в виде:  $A_j = A_j(z) \exp(-i\vec{k}_j \vec{r}) + \text{к. с.}$  Здесь  $j = 1, 2, c, b$ ;  $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_c, \vec{k}_b$  - волновые векторы волн записывающих и волн считывающей голограмму,  $\vec{k}_b = \vec{k}_c - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$ ,  $\vec{r}\{x, z\}$  - радиус-вектор;  $x$  и  $z$  - поперечная и продольная координаты.

2. Интенсивность волн, записывающих голограмму, намного превосходит интенсивность считывающей и восстановленной волн.

3. Отклонение считывающей волны от угла Брэгга небольшое.

4. Справедливо приближение медленно меняющихся амплитуд.

С учетом изложенных выше предположений, используя результаты, полученные в работе [8], уравнения, описывающие изменение по толщине слоя красителя интенсивностей волн, записывающих голограмму, и амплитуд считывающей и восстановленной волн, имеют вид:

для волн, записывающих голограмму

$$k_{1z}D \frac{dI_1}{dz} + k_{2z}NI_1 \frac{dI_2}{dz} + k\alpha_0(F + aI_2)I_1 = 0, \quad (2)$$

$$k_{2z}D \frac{dI_2}{dz} + k_{1z}NI_2 \frac{dI_1}{dz} + k\alpha_0(F + aI_1)I_2 = 0, \quad (3)$$

для считывающей и восстановленной волн

$$k_{bz}D \frac{dA_b}{dz} + k_{cz}N\sqrt{I_1I_2} \frac{dA_c}{dz} + k\alpha_0(F - iD\Gamma)A_b + \frac{1}{2}ak\alpha_0\sqrt{I_1I_2}A_c = 0, \quad (4)$$

$$k_{cz}D \frac{dA_c}{dz} + k_{bz}N \sqrt{I_1 I_2} \frac{dA_b}{dz} + k\alpha_0 \sqrt{I_1 I_2} (a - iN\Gamma) A_b + \frac{1}{2} k\alpha_0 F A_c = 0 \quad (5)$$

Здесь  $D = 1 + b(I_1 + I_2) + c(I_1^2 + I_2^2 + 4I_1 I_2)$ ,  $N = b + 2c(I_1 + I_2)$ ,  $F = 1 + a(I_1 + I_2)$ ,  $I_j = A_j A_j^*$ ,  $\Gamma = (k^2 - k_b^2)/\alpha_0$  – параметр, описывающий отклонение считывающей волны от угла Брэгга,  $k_{jz}$  – проекция вектора  $\vec{k}_j$  на ось Z.

Уравнения (2-5) необходимо дополнить граничными условиями:

$$I_1(z=0) = I_{10}, \quad I_2(z=0) = I_{20}, \\ A_c(z=L) = 1, \quad A_b(z=L) = 0. \quad (6)$$

Уравнения (2-5) совместно с граничными условиями (4) позволяют численными методами проанализировать зависимость дифракционной эффективности голограммы (ДЭГ) от параметров красителя, характеристик излучения записывающего и считывающего голограмму.

## 2. Угловая зависимость ДЭГ

Будем анализировать угловую зависимость ДЭГ для диапазона углов между волнами, записывающими голограмму, от  $-30$  град. до  $+30$  град. Увеличение угла между волнами, записывающими голограмму, приводит к росту ошибки в вычислении ДЭГ, обусловленной пренебрежением медленным изменением амплитуд взаимодействующих волн по поперечной координате.

При условии, что  $k_{jz} = k$ , параметр  $\Gamma$  можно представить в виде  $\Gamma = \Gamma_0 \sin \theta$ , где  $\Gamma_0 = 2k\Delta\theta/\alpha_0$ ,  $\theta$  – угол между записывающими голограмму волнами,  $\Delta\theta$  – угол, характеризующий отклонение считывающей волны от угла Брэгга.

### 2.1. Считывающая волна распространяется точно под углом Брэгга

На рис. 1 приведены характерные графики нормированной угловой зависимости ДЭГ ( $\tilde{h}(\theta) = h(\theta)/h(\theta \rightarrow 0)$ ) при различной толщине слоя красителя. Аналогичные угловые зависимости наблюдаются при различной интенсивности записывающих голограмму волн. Из графиков видно, что в зависимости от толщины слоя красителя, интенсивности записывающих волн уменьшение периода записываемой интерференционной решетки приводит либо к увеличению (кривая 1, рис. 1), либо к уменьшению ДЭГ (кривая 3, рис. 1).

Качественно характер угловой зависимости ДЭГ при различных интенсивностях волн, записывающих голограмму, различной толщине слоя красителя можно объяснить увеличением эффективной толщины голограммы ( $L_{эфф} = L/\cos \theta$ ) с ростом угла  $\theta$  между записывающими голограмму волнами. Действительно, на кривой зависимости ДЭГ от толщины слоя красителя можно выделить область (области), в пределах которой увеличение толщины приводит к росту ДЭГ, и область (области), в преде-

лах которой увеличение толщины приводит к уменьшению ДЭГ. Если при малом угле между волнами, записывающими голограмму, значение ДЭГ лежит в первой области, то увеличение угла между волнами, записывающими голограмму, приводит к увеличению ДЭГ. Если при малом угле между волнами, записывающими голограмму, значение ДЭГ лежит во второй области, то увеличение угла между волнами, записывающими голограмму, приводит к уменьшению ДЭГ.

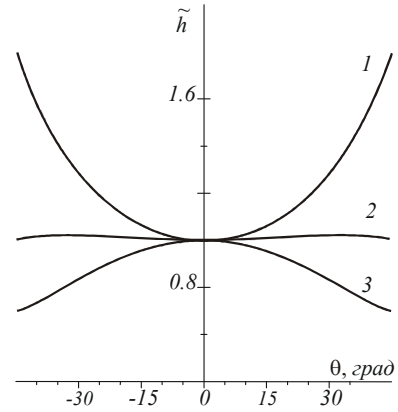


Рис. 1 Угловая зависимость ДЭГ в красителях при  $I_{10} = I_{20}$ ;  $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$ ;  $\alpha_0 L = 0,2(1), 0,9(2), 1,4(3)$ ;  $M = 0,08$ .

Для характеристики угловой зависимости дифракционной эффективности голограммы введем параметр, показывающий относительное изменение ДЭГ при увеличении угла между волнами, записывающими голограмму, от  $0^\circ$  до  $30^\circ$  ( $\Delta h = \tilde{h}(\theta = 30^\circ) - 1$ ). На рис. 2 приведены характерные графики зависимости параметра  $\Delta h$  от нормированной интенсивности волн, записывающих голограмму ( $M = b(I_{10} + I_{20})$ ).

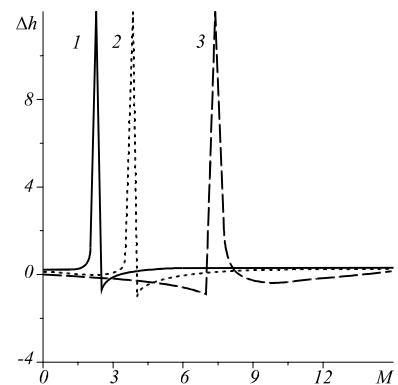


Рис. 2 Зависимость параметра  $\Delta h$  от нормированной интенсивности волн, записывающих голограмму, при  $I_{10} = I_{20}$ ;  $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$ ;  $M = 0,08$ ;  $\alpha_0 L = 0,2(1), 0,9(2), 1,4(3)$ .

Как видно из графиков, существует критическая интенсивность, в пределах которой наблюдается резкий рост относительного изменения ДЭГ. Значение критической интенсивности существенным образом зависит от толщины слоя красителя, пара-

метров  $\gamma_1 = \frac{a}{b}$  и  $\gamma_2 = \frac{c}{ab}$ . При фиксированных значениях параметров  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  увеличение толщины слоя красителя приводит к смещению критической интенсивности в сторону больших значений. Наличие критического значения интенсивности волн, записывающих голограмму, связано с существованием толщины красителя, при которой ДЭГ равна нулю [8]. Действительно, если при  $\theta \rightarrow 0$  для фиксированной толщины голограммы интенсивность волн накачки подобрана так, что ДЭГ близка к нулю, то увеличение угла между волнами, записывающими голограмму, приводит к росту эффективной толщины слоя красителя и, как следствие этого, к увеличению ДЭГ. На графике зависимости  $\Delta h$  от параметра  $M$  наблюдается резкий рост относительного изменения ДЭГ.

### 2.2. Считывающая волна распространяется под углом, отличным от угла Брэгга

В случае двухуровневой модели красителя при фиксированной толщине слоя красителя отклонение от угла Брэгга считывающей волны приводит, прежде всего, к уменьшению относительной дифракционной эффективности волн, восстановленных с голограммы под большими углами. Поэтому с ростом параметра  $\Gamma_0$  скорость изменения ДЭГ в зависимости от угла  $\theta$  вначале уменьшается, достигает нуля, а затем, изменив знак, начинает увеличиваться.

На рис. 3 для трехуровневой модели красителя при отклонении считывающей волны от угла Брэгга приведены характерные графики угловой зависимости ДЭГ. С ростом угла между волнами, записывающими голограмму, ДЭГ либо, как и для двухуровневой модели красителя, уменьшается (кривая 1, рис. 3), либо вначале возрастает, а затем уменьшается (кривая 2, рис. 3).

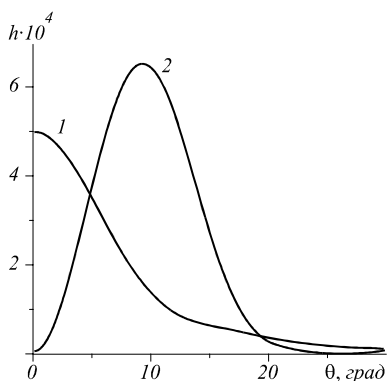


Рис. 3. Угловая зависимость ДЭГ в красителях при отклонении считывающей волны от угла Брэгга при  $I_{10} = I_{20}$ ;  $\gamma_1 = 10$ ;  $\gamma_2 = 1$ ;  $\alpha_0 L = 3$ ;  $M = 0, 2(1), 1(2)$ ;  $\Gamma_0 = 20$ .

Для характеристики динамической голограммы, дифракционная эффективность которой с ростом угла между волнами записывающими голограмму уменьшается, введем понятие полосы углов ( $\Delta\theta$ ). В пределах полосы углов ДЭГ меняется от максимального значения до половины максимально-

го значения. Численный анализ уравнений (2-5) с учетом граничных условий показывает, что ширина полосы углов обратно пропорциональна толщине слоя красителя и параметру, характеризующему отклонение считывающей волны от угла Брэгга. Ширина полосы углов существенным образом зависит от интенсивности волн, записывающих голограмму (рис. 4, рис. 5).

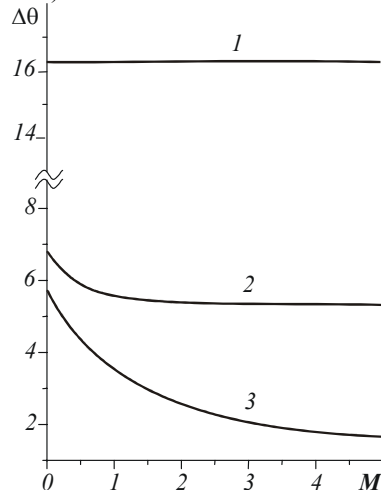


Рис. 4. Зависимость ширины полосы углов от нормированной интенсивности волн, записывающих голограмму, в двухуровневой модели красителя при  $I_{10} = I_{20}$ ;  $\Gamma_0 = 20$ ;  $\alpha_0 L = 0, 5(1), 3(2), 10(3)$ .

В случае двухуровневой модели красителя при малой толщине слоя красителя ( $\alpha_0 L \leq 1$ ) изменение интенсивности волн, записывающих голограмму, слабо влияет на ширину полосы углов (кривая 1, рис. 4). При большой толщине слоя красителя ( $\alpha_0 L \geq 1$ ) увеличение интенсивности волн, записывающих голограмму, приводит к уменьшению ширины полосы углов (кривые 2, 3, рис. 4).

В случае трехуровневой модели красителя на графиках зависимости ширины полосы углов от параметра  $M$  можно выделить три области (рис. 5).

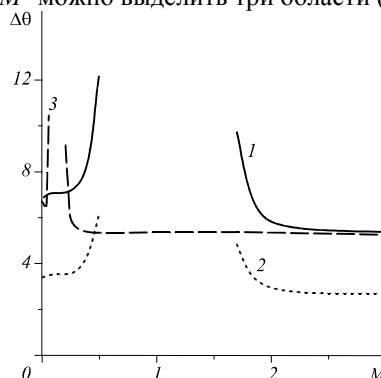


Рис. 5. Зависимость ширины полосы углов от нормированной интенсивности волн, записывающих голограмму, в трехуровневой модели красителя при  $I_{10} = I_{20}$ ;  $\gamma_1 = 10$ ;  $\alpha_0 L = 3$ ;  $\Gamma_0 = 20(1, 3), 40(2)$ ;  $\gamma_2 = 1(1, 2), 10(3)$ .

Вначале с ростом интенсивности волн, записывающих голограмму, ширина полосы углов, как правило, возрастает. Затем существует область зна-

чений интенсивности (средняя область), при которой максимальная ДЭГ наблюдается при определенном (не нулевом) значении угла  $\theta$ . Для этой области значений параметра  $M$  для характеристики угловой зависимости ДЭГ нельзя использовать введенную выше полосу углов. При дальнейшем увеличении интенсивности волн, записывающих голограмму, ширина полосы углов уменьшается, выходя на постоянный уровень. Максимальное изменение ширины полосы углов наблюдается вблизи границ средней области. Положение, ширина этой области определяются параметрами слоя красителя ( $L, \gamma_1, \gamma_2$ ) и не зависят от величины отклонения считывающей волны от угла Брэгга. При фиксированных сечениях поглощения ( $\gamma_1 = const$ ) уменьшение скоростей релаксации между энергетическими состояниями (параметр  $\gamma_2$  увеличивается) приводит к сужению средней области и к ее смещению в сторону меньших значений интенсивности. Аналогичное изменение положения и ширины области значений интенсивности волн, записывающих голограмму, в пределах которой для характеристики угловой зависимости ДЭГ нельзя использовать ширину полосы углов, наблюдается при уменьшении толщины слоя красителя.

Таким образом, меняя направление распространения считывающей волны, интенсивность волн, записывающих голограмму, можно управляемо менять селективные свойства динамической голограммы.

#### Литература

- Ивакин Е.В., Кабанов В.В., Лазарук А.М. и др. Обращение волнового фронта световых пучков в растворах сложных органических красителей // Препринт ИФ АН БССР. Минск. 1982. № 258. 30 с.
- Ивакин Е.В., Кабанов В.В., Рубанов А.С., Степанов Б.И. ОВФ в растворах красителей // Изв. АН СССР. Сер. физическая. 1988. Т. 52. № 6. С. 1224 – 1231.
- Кабанов В.В., Рубанов А.С., Толстик А.В., Чалей А.В. Влияние возбужденных синглетных состояний молекул на эффективность четырехволнового взаимодействия в растворах красителей // ЖПС. 1984. Т. 41. В.6. С. 911-916.
- Лукиных В.Ф., Мысливец С.А., Попов А.К., Слабко В.В. Четырехволновое смешение в парах красителей // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. №7. С. 1415-1423.
- Fei H., Yang Y., Wey Z., Han L., Che Y., Wu P., Sun G. Degenerate four-wave mixing based on excited-state absorption in azo-dye-doped polymer film // Appl. Phys. B. 1996. V.62. N3. P. 299-302.
- Кабанов В.В., Рубанов А.С. Энергетическая эффективность обращения волнового фронта при вырожденном четырехволновом взаимодействии в растворах красителей // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. №6. С. 1277-1280.
- Безродный В.И., Пржовская О.А., Тихонов Е.А., Шпак М.Т. Насыщение поглощения при двухступенчатых переходах в растворах красителей // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. №2. С. 410-412.
- Ивахник В.В., Котляр М.В., Шильникова Е.В. Запись динамических голограмм на красителях (двухволновое приближение) // Компьютерная оптика. 2000. В. 20. С. 48-50.