ПРИМЕНЕНИЕ КОЛЬЦЕВОЙ АПЕРТУРНОЙ ДИАФРАГМЫ В СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

М.Н. Осипов, М.Ю. Шапошников
Самарский государственный университет

В статье представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований по применению кольцевой апертурной диафрагмы в спекл-интерферометрии. Показано, что применение кольцевой апертурной диафрагмы позволяет использовать объективы с большой входной апертурой. Это позволяет увеличить чувствительность и диапазон измерений методом спекл-интерферометрии.

Чувствительность спекл-интерферометрии зависит от размеров спекл-структуры, которая определяется параметрами используемой оптической системы при записи субъективной спекл-структуры, т.е. числовой апертурой оптической системы. Увеличение числовой апертуры оптической системы приводит к уменьшению размеров регистрируемой спекл-структуры и, следовательно, к увеличению чувствительности спекл-интерферометрии. Однако, с другой стороны, увеличение числовой апертуры оптической системы приводит к необходимости использования высококачественной оптики, так как при таких параметрах начинают существенным образом сказываться аберрации оптической системы, которые приводят к искажению регистрируемой информации.

Теоретические и экспериментальные исследования принципов работы оптических приборов показали, что наличие в них кольцевых апертурных диафрагм позволяет повысить разрешающую способность зеркальных телескопов и объективов [1].

Следовательно, представляет теоретический и экспериментальный интерес исследование влияния применения функции зрачка в виде кольцевой апертурной диафрагмы в спекл-интерферометрии на увеличение чувствительности и расширение диапазона измерений.

Образование спекл-картин в оптических системах с кольцевой апертурой

Рассмотрим образование интерференционных картин в двухэкспозиционной спекл-фотографии при использовании в оптической системе кольцевой апертурной диафрагмы. Оптическая схема регистрации спекл-фотографий отличается от стандартной тем, что в плоскости входного зрачка оптической системы располагается кольцевая диафрагма.

Для расчета выберем систему координат таким образом, чтобы координатные оси x_1, y_1 совпадали с поверхностью исследуемого объекта, ось z располагается вдоль оптической оси системы. В плоскости x_2, y_2 на расстоянии d_1 по оси z от поверхности исследуемого объекта располагается оптическая система, формирующая изображение. В плоскости входного зрачка оптической системы располагается кольцевая диафрагма, имеющая вид двух концентрических окружностей с радиусами b и εb, где ε - некоторое положительное число, меньшее единицы. Регистрирующая среда располагается в плоскости x_3, y_3 на расстоянии d_2 от плоскости x_2, y_2.

Предположим, что смещение исследуемой поверхности между двумя экспозициями происходит только вдоль оси x. Такой выбор значительно упрощает расчет и не влияет на общность рассуждений, поскольку из теории спекл-интерферометрии известно, что интерференционные полосы Юнга, при расшифровке спеклограмм методом Юнга, ортогональны к направлению вектора смещения [2].

Применим метод Ван дер Люгта для расчета образования спеклограмм в оптической системе с кольцевой апертурной диафрагмой и их расшифровки по методу Юнга. Метод Ван дер Люгта основан на том, что в приближении геометрической оптики рассматривается теория Френеля-Кирхгофа и вводится функция, которая позволяет упростить теоретические выкладки при расчете распространения оптического сигнала в оптических системах. Функция имеет следующий вид:

$$\Psi\left(x, y, D\right) = \exp\left[-\frac{i\pi D\left(x^2 + y^2\right)}{\lambda}\right], \qquad (1),$$

где - $D = 1/d$, а d – расстояние от плоскости x, y до плоскости, в которой определяется значение фазы, λ - длина волны лазерного излучения.

Диффузную поверхность объекта, при освещении когерентным источником излучения, представим состоящей из набора равномерно расположенных точечных источников вторичных волн одной интенсивности, но с различной фазой, которые можно описать дельта функцией δ (x, y). Тогда отраженную от объекта волну при первой экспозиции запишем в следующем виде:

$$U_1\left(x_1, y_1\right) = \sum_{n=1}^{N} a\exp\left(i\mu_n\right)\delta\left(x_1 - u_n, y_1 - \upsilon_n\right), \qquad (2)$$

где N - количество точечных источников, u_n, υ_n - координаты n-ой точки, a – амплитуда, μ_n - фаза n-ой точки, x_1, y_1 - система координат в плоскости объекта.

При второй экспозиции отраженную волну от объекта, точки поверхности которого смещаются на величину L вдоль оси x, запишем в следующем виде:

$$U_1\left(x_1, y_1\right) = \sum_{n=1}^{N} a\exp\left(i\mu_n\right)\delta\left(x_1 - L - u_n, y_1 - \upsilon_n\right). \qquad (3)$$

Так как в эксперименте регистрируется интенсивность, то в выражениях (2), (3) и в дальнейших расчетах временной множитель $\exp\left[i2\pi\nu t\right]$, где ν - частота лазерного излучения, при расчетах опускается.

Распределение амплитуды световой волны на входной поверхности оптической системы, в плоскости x_2, y_2 которой расположена кольцевая апертурная диафрагма, используя метод Ван дер Люгта, это распределение запишется в следующем виде:

$$U_2\left(x_2,y_2\right)=\frac{iD_1}{\lambda}\times \\ \times\iint U_1\left(x_1,y_1\right)\Psi\left(x_2-x_1,y_2-y_1,D_1\right)dx_1\,dy_1\,, \tag{4}$$

где x_2, y_2 - система координат в плоскости линзы, $D_1 = 1/d_1$, d_1 – расстояние от объекта до линзы, λ - длина волны лазерного излучения.

Распределение комплексной амплитуды световой волны на выходной поверхности оптической системы запишем в следующем виде:

$$U_3\left(x_2,y_2\right)=U_2\times\Psi^*\left(x_2,y_2,F\right), \tag{5}$$

где $F = 1/f$ и f – фокусное расстояние линзы, а функция $\Psi^*\left(x_2,y_2,F\right)$ – комплексно сопряженная функции $\Psi\left(x_2,y_2,F\right)$.

И окончательно распределение комплексной амплитуды световой волны в плоскости фотопластинки x_3, y_3 запишется в следующем виде:

$$U_4\left(x_3,y_3\right)=\frac{iD_2}{\lambda}\times \\ \times\iint U_3\left(x_2,y_2\right)\Psi\left(x_3-x_2,y_3-y_2,D_2\right)dx_2\,dy_2\,. \tag{6}$$

Амплитуда $U_4\left(x_3,y_3\right)$ будет являться изображением амплитуды $U_1\left(x_1y_1\right)$, если рассматривать формирование изображения в приближении геометрической оптики при выполнении условия $1/d_1+1/d_2=1/f$, или в обозначениях Ван дер Люгта $D_1+D_2=F$.

Используя свойства дельта-функции, функции Ψ и условие формирование изображения представим выражение (6) в более удобном для интегрирования виде:

$$U_4\left(x_3,y_3\right)=\frac{-D_1D_2}{\lambda^2}\sum_{n=1}^{N}a\exp\left(i\mu_n\right)\times \\ \times\Psi\left(u_{n,}\upsilon_n,D_1\right)\Psi\left(x_3,y_3,D_2\right)\times \\ \times\iint\exp\left(2\pi i\xi_1x_2\right)\exp\left[2\pi i\eta_1y_2\right]dx_2dy_2 \tag{7},$$

где $\xi_1=\dfrac{D_1u_n+D_2x_3}{\lambda}$; $\eta_1=\dfrac{D_1\upsilon_n+D_2y_3}{\lambda}$.

Фотопластинка является квадратичным детектором, то есть с помощью нее регистрируется интенсивность световой волны. Тогда распределение интенсивности световой волны на фотопластинке, используя уравнение (7), будет определяться следующим выражением:

$$I_0=\left|U_4\left(x_3,y_3\right)\right|^2=A_0^{\,2}\iint_4\exp\left[2\pi i\xi_2r_2\right]\times \\ \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda}D_1\left(u_n-u_m\right)x_2+u_mr_2\right]\exp\left[2\pi i\eta_2R_2\right]\times \\ \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda}D_1\left(\upsilon_n-\upsilon_m\right)y_2+\upsilon_mR_2\right]dx_2dr_2dy_2dR_2\,, \tag{8}$$

где

$$A_0=\left[\frac{D_1D_2}{\lambda}\right]^2\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}a^2\exp\left[i\left(\mu_n-\mu_m\right)\right]\times \\ \times\Psi\left(u_n,\upsilon_n,D_1\right)\Psi^*\left(u_m,\upsilon_m,D_1\right);$$

$$\xi_2=\frac{D_2x_3}{\lambda},\ \eta_2=\frac{D_2y_3}{\lambda};$$

$$r_2=x_2-x_2';\quad R_2=y_2-y_2'.$$

При второй экспозиции комплексная амплитуда световой волны в плоскости фотопластинки, после аналогичных рассуждений, будет иметь следующий вид:

$$U_4^1\left(x_3,y_3\right)=\frac{-D_1D_2}{\lambda^2}\sum_{n=1}^{N}a\exp\left(i\mu_n\right)\times \\ \times\Psi\left(u_n+L,\upsilon_n,D_1\right)\Psi\left(x_3,y_3,D_2\right) \\ \times\iint\exp\left(2\pi i\xi_3x_2\right)\exp\left[2\pi i\eta_1y_2\right]dx_2dy_2\,, \tag{9}$$

где $\xi_3=\dfrac{D_1u_n+D_1L+D_2x_3}{\lambda}$.

Тогда интенсивность в плоскости фотопластинки при второй экспозиции примет следующий вид:

$$I_l=\left|U_4^1\left(x_3,y_3\right)\right|^2=A_L^{\,2}\iint_4\exp\left[2\pi i\xi_4r_2\right]\times \\ \times\exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda}D_1\left(u_n-u_m\right)x_2+u_mr_2\right]\exp\left[2\pi i\eta_2R_2\right]\times \\ \times\exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda}D_1\left(\upsilon_n-\upsilon_m\right)y_2+\upsilon_mR_2\right]dx_2dr_2dy_2dR_2\,, \tag{10}$$

где

$$A_L=\left[\frac{D_1D_2}{\lambda}\right]^2\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}a^2\exp\left[i\left(\mu_n-\mu_m\right)\right]\times \\ \times\Psi\left(u_n+L,\upsilon_n,D_1\right)\Psi^*\left(u_m+L,\upsilon_m,D_1\right);$$

$$\xi_4=\frac{D_2x_3+D_1L}{\lambda}\,.$$

Коэффициенты A_0^2 и A_L^2 характеризуют суммарную интенсивность, и так как мы предполагаем только смещение поверхности на бесконечно малую величину без изменения структуры поверхности, то с большой степенью точности можно положить $A_0^2\cong A_L^2$.

Так как при двухэкспозиционном методе регистрации спекл-структур информация фиксируется на одну и ту же фотопластинку, то, используя выражения

(5) и (6), суммарное распределение интенсивности на фотопластинке запишется в следующем виде:

$$I = I_0 + I_L = A^2{}_0 \iint\limits_4 \exp\left[2\pi i \eta_2 R_2\right] \times$$
$$\times \exp\left[2\pi i \mu\right] \exp\left[\left[2\pi i \beta\right]\right] \exp\left[2\pi i \xi_5 r_2\right] \times \qquad (11),$$
$$\times \cos\frac{\pi D_1 r_2 L}{\lambda} dx_2 dr_2 dy_2 dR_2$$

где

$$\mu = \frac{D_1\left(u_n - u_m\right)x_2 + u_m r_2}{\lambda}; \quad \beta = \frac{D_1\left(\upsilon_n - \upsilon_m\right)y_2 + \upsilon_m R_2}{\lambda};$$

$$\xi_5 = \frac{D_1 L + 2D_2 x_3}{2\lambda}.$$

Таким образом, при двухэкспозиционном методе на фотопластинке регистрируется одновременно две спекл-картины: спекл-картина несмещенного объекта и спекл-картина поверхности объекта, смещенного на величину L. Эти две независимые спекл-картины в пространстве изображений смещены на величину ML (где M - увеличение оптической системы), образуя на фотопластинке сложную дифракционную решетку – спеклограмму с модуляцией по косинусоидальному закону, которая и несет информацию об изменениях, проходящих с поверхностью объекта.

Выражения (8) и (10), описывающие образование оптической системой спекл-картин в плоскости фотопластинки при каждой экспозиции, позволяют оценить размеры спекл-структуры. Так как в плоскости оптической системы, то есть в плоскости x_2, y_2, расположена кольцевая апертурная диафрагма, размеры которой имеют вид двух концентрических окружностей с радиусами b и εb, где ε - некоторое положительное число, меньшее единицы, пределы интегрирования ограничены этой апертурой. Тогда, после преобразований, для оценки размеров спекл-структуры, распределение интенсивности в плоскости фотопластинки при каждой экспозиции определится следующим выражением:

$$I_{0,1} \simeq A_0\left(\left[\frac{2J_1\left(kb\omega\right)}{\left(kb\omega\right)}\right] - \varepsilon^2\left[\frac{2J_1\left(k\varepsilon b\omega\right)}{\left(k\varepsilon b\omega\right)}\right]\right)^2, \quad (12)$$

где $A \simeq A_0^2$ - интенсивность в центре дифракционной картины, а ω - синус угла между направлением, в котором определяется значение интенсивности, и центральным направлением к дифракционной картине, т.е. в нашем случае, к оптической оси.

Из анализа выражения (12) следует, что при использовании кольцевой апертуры дифракционное поле в плоскости фотопластинки описывается разностью функций Бесселя первого порядка J_1 в отличие от обычной круговой апертуры, при которой дифракционное поле в плоскости фотопластинки определяется только функцией Бесселя первого порядка J_1. Размер дифракционного гало, как и следовало ожидать, зависит от размеров кольца. Для круговой апертуры ($\varepsilon = 0$) значение первого минимума интенсивности, то есть функций Бесселя первого порядка J_1, определяется хорошо известным выражением $\omega = 0{,}61\lambda/b$ [1]. При увеличении ε значение первого минимума уменьшается и в пределе, когда $\varepsilon \to 1$ разность функций Бесселя первого порядка стремится к функции Бесселя нулевого порядка J_0. Так как первый нуль функции Бесселя J_0 определен при значении $kb\omega = 2{,}40$, то с увеличением ε радиус первого темного кольца дифракционной картины приближается к величине, определяемой значением $\omega = 0{,}38\lambda/b$. Таким образом, наличие кольцевой апертуры приводит к уменьшению размеров спеклов, образующих спекл-картину, и, следовательно, к увеличению чувствительности метода спекл-интерферометрии.

Для оценки диапазона измерений рассмотрим расшифровку спеклограмм по методу Юнга. В этом случае фотопластинка с зарегистрированной спеклограммой освещается узким, с диаметром $2r$, лазерным лучом. Распределение интенсивности света, дифрагированного на спеклограмме узкого лазерного луча, рассматривается в Фурье - плоскости, расположенной на расстоянии $d_3 >> 2r$ за спеклограммой, то есть рассматривается случай дифракции Фраунгофера. Тогда комплексная амплитуда световой волны в дальнем поле определяется как Фурье-образ амплитудного пропускания спеклограммы:

$$U_F\left(x_4, y_4\right) = F\left\langle I\right\rangle =$$
$$= A_0^2 \iint\limits_6 \exp\left[2\pi i \xi_5 r_2\right] \exp\left[2\pi i R_2\right] \times$$
$$\times \exp\left[2\pi i \beta\right] \exp\left[2\pi i \mu\right] \exp\left[2\pi i \xi_6 x_3\right] \times \qquad (13)$$
$$\times \exp\left[2\pi i \eta_3 y_3\right] \cos\frac{\pi D_1 r_2 L}{\lambda} dx_2 dr_2 dy_2 dR_2 dx_3 dy_3,$$

где $\xi_6 = \dfrac{x_4}{\lambda d_3}$; $\eta_3 = \dfrac{y_4}{\lambda d_3}$.

Интенсивность дифрагированной световой волны в Фурье - плоскости будет определяться следующим соотношением:

$$I_F = A_0^4 \iint\limits_8 \exp\left[2\pi i\left(\frac{D_2}{\lambda} r_2 + \xi_6\right)\left(x_3 - x_3'\right)\right] \times$$
$$\times \exp\left[2\pi i\left(\frac{D_2}{\lambda} R_2 + \eta_3\right)\left(y_3 - y_3'\right)\right] \times \qquad (14)$$
$$\times \exp\left[2\pi i \mu\right] \exp\left[2\pi i \beta\right] \times$$
$$\times \left|\cos\frac{\pi D_1 r_2 L}{\lambda}\right|^2 dx_2 dr_2 dy_2 dR_2 dx_3 dx_3' dy_3 dy_3'.$$

Преобразуя выражение (14), перепишем его в удобном для интегрирования виде:

$$I_F = A_0^4 \iint\limits_8 \left|\cos\frac{\pi\left(n - \xi_6\right) D_1 L}{D_2}\right|^2 \times$$
$$\times \exp\left\{\frac{2\pi i}{\lambda} D_1\left[x_2\left(u_n - u_m\right) + u_m\left(n - \xi_6\right)\frac{\lambda}{D_2}\right]\right\} \times \qquad (15)$$
$$\times \exp\left\{\frac{2\pi i}{\lambda} D_1\left[y_2\left(\upsilon_n - \upsilon_m\right) + \upsilon_m\left(k - \eta_6\right)\frac{\lambda}{D_2}\right]\right\} \times$$
$$\times \exp\left[2\pi i n r_3\right] \exp\left[2\pi i k R_3\right] dx_2 dn dx_3 dr_3 dy_2 dk dR_3 dy_3,$$

где $n = \xi_6 + r_2 \dfrac{D_2}{\lambda}$; $\quad k = \eta_3 + R_2 \dfrac{D_2}{\lambda}$;

$r_3 = x_3 - x_3'$; $\quad R_3 = y_3 - y_3'$

Интегрирование выражения (15), дает следующее соотношение для интенсивности:

$$I_F = A\left(\left[\frac{2J_1(k\sigma\omega)}{(k\sigma\omega)}\right] - \varepsilon^2\left[\frac{2J_1(k\varepsilon\sigma\omega)}{(k\varepsilon\sigma\omega)}\right]\right)^4 \times$$
$$\times\left[\frac{2J_1(kr\omega)}{(kr\omega)}\right]^2\left|\cos\frac{\pi\xi_6 D_1 L}{D_2}\right|^2, \tag{16}$$

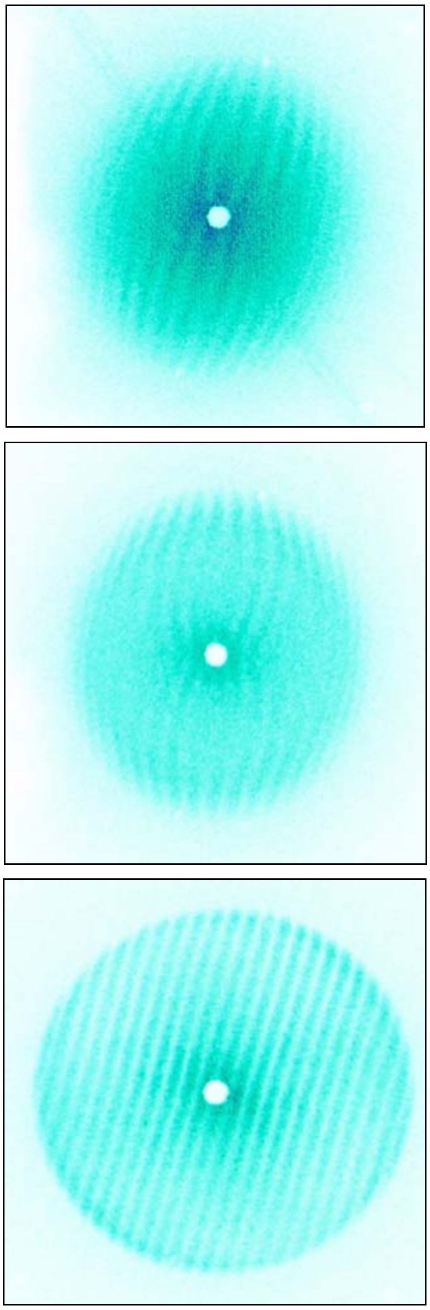
где A - усредненное значение интенсивности в дифракционной картине, σ - средний размер радиуса спекл-структуры на спеклограмме, определяемый выражением (12).

На рис.1 представлены фотографии полос Юнга, зафиксированные в Фурье плоскости в эксперименте с оптической схемой, содержащей кольцевую диафрагму. На рис. 1*а* изображены полосы Юнга, полученные по обычной оптической схеме записи спекл-фотографий, в которой оптическая система имеет круговую апертуру диметром 50 мм. На рис. 1*б* изображены полосы Юнга, полученные с кольцевой апертурой имеющей размеры внешнего диаметра 50 мм и внутреннего диаметра 20 мм.

На рис. 1*в* изображены полосы Юнга, полученные с кольцевой апертурой, имеющей размеры внешнего диаметра 50 мм и внутреннего диаметра 45 мм. Как видно из фотографий, при отсутствии кольцевой апертуры (рис. 1*а*) полосы Юнга имеют нелинейный вид и не различимы на дифракционном гало. Уменьшение ширины кольца (рис. 1*б,в*) приводит к увеличению размера дифракционного гало и возникновению качественных полос Юнга, имеющих равномерную ширину по всему дифракционному полю, в отличие от стандартных полос Юнга, имеющих сигарообразную форму.

Оценка чувствительности и диапазона измеряемых смещений

Для проведения оценки проанализируем выражение (12). Размер дифракционного гало определяется первым множителем. Размеры спеклов на дифракционном поле определяются вторым множителем. Модулирующий множитель cos^2 определяет ширину полос Юнга, по которым измеряют величину смещения исследуемой поверхности. Аналогично проведенным выше рассуждениям угловой размер дифракционного гало определяется выражением $\omega = 0{,}38\lambda/\sigma$, а размеры спеклов определяются выражением $\omega = 0{,}61\lambda/r$. Для того чтобы достаточно точно измерить минимальную ширину полосы Юнга, необходимо, чтобы она имела размер не меньше трех - пятикратного размера спекла, то есть ее угловой размер должен ограничиваться соотношением $\omega > (3 \div 5)0{,}61\lambda/r$, которое и определяет максимальную величину измеряемого смещения. Максимальная измеряемая ширина полосы Юнга определяется размерами дифракционного гало, и ее угловой размер должен ограничиваться соотношением $\omega < 0{,}38\lambda/\sigma$, которое и определяет чувствительность, то есть минимальную величину измеряемого смещения.



а) *б)* *в)*

Рис. 1. Фотографии полос Юнга в Фурье-плоскости

Заключение

Таким образом, применение кольцевой апертуры в спекл-интерферометрии позволяет увеличить диапазон и чувствительность метода и повысить качество полос Юнга.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 02-01-00211.

Литература

1 Борн М., Вольф Э. Основы оптики // М.: Наука, 1973.

2 Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия // М.: Мир, 1986.