

# ДИФРАКЦИОННЫЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРЫ НА ОСНОВЕ ЗОННЫХ ПЛАСТИНОК: ЧАСТЬ II. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ И ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТОЛЩИНЫ ЛАЗЕРНОГО АКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА

*Микерин С. Л., Пальчикова И. Г., Угожаев В. Д.  
Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск*

Сообщается об использовании дифракционного интерферометра на основе зонной пластинки для изучения тепловых неоднородностей оптической толщины лазерного активного элемента трубчатой конфигурации. Приводятся результаты регистрации временного изменения поперечного распределения неоднородности оптической толщины кристалла калий-гадолиниевого вольфрамата (КГВ), возникающей после вспышки лампы накачки. Выявлено, что фотоупругая часть фазовых возмущений, возникающих вблизи лампы накачки, противоположна по знаку тепловому изменению показателя преломления и линейных размеров образца и превосходит их по величине, что косвенно указывает на доминирующее влияние фотоупругих эффектов при формировании генерации в лазерах на КГВ.

## **Введение**

Интерференционные методы широко используются для высокоточных измерений в оптике. Они позволяют, в частности, определять величину и расположение оптических неоднородностей в прозрачных средах. Неоднородность оптической толщины активного элемента оказывает существенное влияние на лазерное излучение. Она приводит к искажению реального резонатора и параметров генерации. Изучение тепловых неоднородностей оптической толщины в лазерных активных элементах, в том числе трубчатой конфигурации из кристалла калий-гадолиниевого вольфрамата (КГВ) [1], даёт возможность найти способы коррекции влияния тепловых неоднородностей, определить оптимальные параметры конфигурации резонатора, осветителя и системы охлаждения и таким образом повысить эффективность работы лазера.

На практике для целей выявления и изучения неоднородностей оптической толщины лазерных кристаллов применяются классические двухлучевые интерферометры Маха-Цендера, Рэлея или их модификации [2].

Интерферометр Маха-Цендера позволяет измерять поперечное распределение неоднородности оптической толщины на апертуре, ограничиваемой размерами зеркал. Однако, применение этой схемы эффективно в случае, когда плечи интерферометра точно выровнены [2]. Это усложняет настройку, которая также требует коррекции положения выходного зеркала, зависящей от величины оптической неоднородности. Кроме того, в этом интерферометре высоки требования к жёсткости конструкции и качеству зеркал.

Схема, эквивалентная интерферометру Майкельсона, представлена в [3]. Изучаемый объект помещается между двумя клиновидными полупрозрачными зеркалами с широкой апертурой. Полосы равного наклона образуются при интерференции волны, отражённой от первой поверхности зеркала, и волны, дважды прошедшей сквозь объект. Визуализации без дополнительной обработки картины поддаются только значительные фазовые неоднородности ( $> 2\pi$ ) объекта.

В интерферометре Рэлея [4, 5] измеряется разность оптических путей для двух точек апертуры образца или однородно прогретого образца и опорного пучка. Эта схема не позволяет промерить профиль оптической неоднородности одновременно на

всей апертуре, чувствительна к нестабильности излучения лазера и деформациям интерферометра.

В работе [6] предложен внутрирезонаторный метод измерения вариаций показателя преломления во времени, основанный на определении разности частот опорной и измерительной мод генерации лазера. Метод не позволяет выявлять профиль оптической неоднородности и, как отмечают сами авторы, ориентирован на образцы малых размеров ( $\sim 1$  мм).

Относительно недавно появились работы [7–10], в которых рассматриваются дифракционные интерферометры с совмещёнными ветвями и общим ходом опорного и измерительного пучков на основе зонных пластинок. Такие устройства, не утрачивая возможностей классических интерферометров, позволяют исключить из схемы разделительные пластины большого диаметра и высококачественные дорогие объективы. Влияние вибраций и температурных колебаний окружающей среды на показания дифракционного интерферометра существенно ослаблено по сравнению с классическими.

Целью работы является визуализация и измерение неоднородностей оптической толщины активного элемента трубчатой конфигурации из кристалла КГВ, возникающих из-за нагрева излучением лампы накачки, с помощью интерферометров на основе зонных пластинок, а также демонстрация их возможностей.

Неоднородность оптической толщины, о которой идёт речь, характерна для твердотельных лазеров и обуславливается действием охлаждения и наличием в активном элементе неоднородно распределённого тепловыделения, вызванного поглощением излучения накачки. Возникающая неоднородность приводит к сложному объёмному распределению возмущений всех параметров активного элемента, в частности, показателя преломления и геометрических размеров. Теоретическое и экспериментальное изучение возмущений параметров активного элемента при неоднородном нагреве представляет известную трудность, особенно усугубляющуюся для анизотропных кристаллов. Точные аналитические решения подобных задач известны только для ряда симметричных случаев, а экспериментальное изучение требует проведения комплексных исследований и актуально для каждой конфигурации активного элемента и резонатора лазера.

## 1. Описание лазерного кристалла и системы накачки

Тепловые неоднородности оптической толщины изучались в анизотропном двухосном кристалле КГВ. Расположение кристаллографических осей  $a$ ,  $b$ ,  $c$  относительно осей индикатрисы показателя преломления  $p$ ,  $m$ ,  $g$  показано на рис. 1, а; угловые расстояния составляют:  $\angle m, a \gg 24^\circ$ ,  $\angle g, c \approx 20^\circ$ ; оси  $p$  и  $b$  совпадают [11, 12].

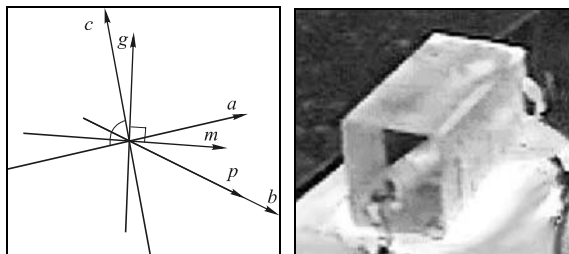


Рис. 1. Взаимное расположение осей в кристалле КГВ (а) и внешний вид образца (б)

Образец размером  $15 \times 15 \times 30$  мм вырезан с точностью  $\sim 1'$  относительно кристаллографических осей. Используемый нами образец после огранки и оптической обработки отжигался. Он предназначался для использования в качестве трубчатого активного элемента лазера для чего приблизительно в центре рабочей апертуры вдоль наибольшего размера образца — оси  $b$  — располагается отверстие  $\varnothing 4,5$  мм (после сверления отверстия кристалл не отжигался; в виду этого в образце могут присутствовать механические напряжения, связанные с отверстием). Внешний вид образца показан на рис. 1, б. Боковые грани и внутренняя поверхность отверстия матированы, полированные торцы взаимно параллельны с точностью  $\sim 10''$  и плоскостность выдержана с точностью  $\sim 0,1$  полосы.

Изучаемый кристалл КГВ ранее использовался в качестве активного элемента твердотельного лазера [1], система накачки и охлаждения которого иден-

тичны используемым в настоящей работе. В отверстие помещалась импульсная ксеноновая лампа накачки типа ИФК-20-3  $\varnothing 4$  мм с номинальной электрической энергией 20 Дж. Колба лампы не касалась стенок отверстия. Длительность световой вспышки по полувысоте составляла 250 мкс. Тепло с поверхности кристалла рассеивалось в окружающее пространство путём естественного охлаждения.

Ниже интерференционными методами изучается именно в та части торца кристалла, в которой в [1] наблюдалась генерация. При данной ориентации кристалла и лампы накачки максимальные поглощение и нагрев происходят при распространении излучения накачки вдоль оси  $c$  в силу анизотропии поглощения ([1], см. также [12] в [1]). В лазере [1] вдоль этой оси наблюдалась неоднородность оптической толщины  $\sim \pi$ , эквивалентная неоднородности показателя преломления  $\sim 10^{-5}$ . Оценка этой неоднородности в эксперименте [1] производилась по величине угловой расстройки резонатора. Поскольку генерация в лазерах на КГВ обычно поляризована вдоль оси  $m$ , то больший интерес для нас представляли интерференционные картины, полученные при этой поляризации измерительной волны.

## 2. Экспериментальная установка

Установка состоит из источника света, интерферометра с исследуемым образцом и системы регистрации. Принцип действия дифракционных Z- и T-интерферометров поясняется в Части I. Принципиальная схема экспериментальной установки дифракционного двухлучевого Z-интерферометра представлена на рис. 2. В качестве источника света используется гелий-неоновый лазер 1. Требуемая ориентация линейной поляризации излучения устанавливается с помощью четвертьволновой пластинки 2 и поляризатора 3. Коллиматор 4-6 с пространственным фильтром 5 формирует плоскую волну с апертурой, превышающей размеры зонной пластинки.

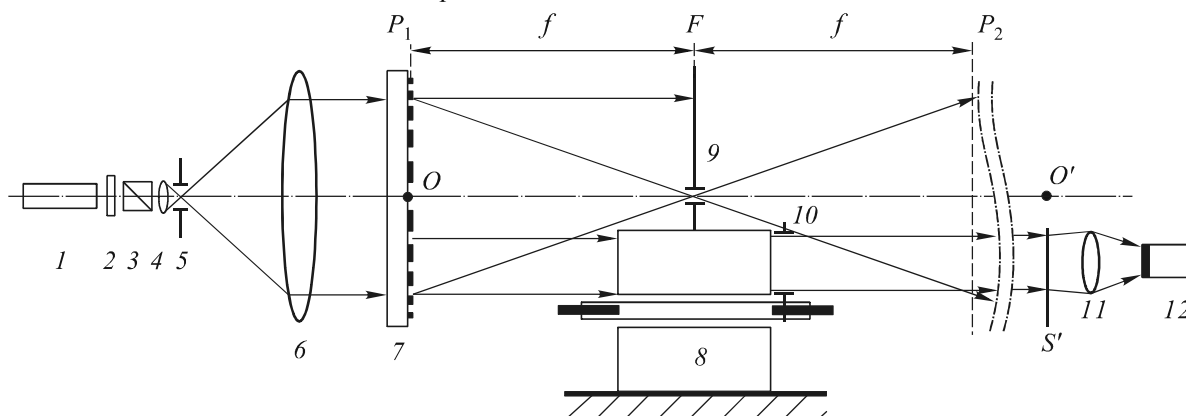


Рис. 2. Принципиальная схема экспериментальной установки: гелий-неоновый лазер (1); пластинка  $\lambda/4$  (2) с поляризатором (3); коллиматор, состоящий из объективов (4) и (6) с пространственным фильтром (5); зонная пластинка (7); трубчатый активный элемент с лампой накачки (8); диафрагмы (9) и (10); вращающийся рассеивающий экран  $S'$ ; объектив (11), переносящий изображение на матрицу видеокмеры (12)

Интерферометр образуется линейной зонной пластинкой 7, помещаемой в плоскость  $P_1$ . В экспериментах использовались амплитудные линейные

зонные пластинки, изготовленные по технологии фотолитографии в плёнках хрома на стеклянных подложках; они были рассчитаны на длину волны

0,6328 мкм и имели фокусное расстояние первого порядка дифракции  $f=300$  мм. Образец 8 помещается в измерительный световой пучок 0-го порядка дифракции таким образом, что опорный пучок (+1-го порядка) проходит вне образца. Пространственный фильтр в виде щелевой диафрагмы 9 шириной  $\approx 0,2$  мм, расположенной в фокальной плоскости  $F$  зонной пластинки, используется для снижения влияния побочных дифракционных порядков. Сразу за образцом 8 устанавливается круглая диафрагма 10  $\varnothing 6$  мм, центр которой расположен на  $6,2 \pm 0,1$  мм ниже оптической оси  $OO'$ .

Интерференционная картина отображается на экране  $S'$ . Он представляет собой матовую пластинку, которая приводится во вращение мотором, для ослабления спекл-шумов в регистрируемом изображении. Регистрация производится видеокамерой 11 КТ&С High Resolution с объективом "Вега 2/20". Экран  $S'$  системы регистрации располагается на расстоянии 5,7 м от зонной пластинки 7, что обеспечивает необходимую точность при измерении смещений интерференционных полос (на близком расстоянии интерференционная картина имеет шаг менее 80 мкм и слишком мелкая для регистрации видеокамерой). Центр дифракционной картины от диафрагмы 10 на экране  $S'$  служит для соотнесения координат регистрируемых полос с координатами на торце образца. Для обработки данных кадры видеозаписи оцифровывались с разрешением  $704 \times 576$  пиксел. Измеренный масштабный коэффициент между цифровым изображением и изображением на экране составил 0,011 мм/пиксел.

Экспериментальная установка визуализирующего Т-интерферометра отличается от описанной выше схемы Z-интерферометра следующим. В плоскости  $P_2$ , удалённой от плоскости  $P_1$  на расстояние  $2f$ , располагается вторая зонная пластинка, негативная к первой. Обе пластинки устанавливаются таким образом, чтобы дифракционные структуры на них были обращены друг к другу. Отсутствует диафрагма 9. Система регистрации в данном случае состоит из матового экрана, расположенного сразу после второй зонной пластинки, и видеокамеры типа Philips VKR6853. Точная настройка пустого Т-интерферометра на максимальное затемнение экрана производится с помощью микроскопа, настроенного на плоскость  $P_2$ . После такой настройки неравномерность затемнения рабочего поля на экране составляет менее 3% (на краю рабочего поля) и обусловлена гауссовым распределением интенсивности в пучке He-Ne лазера, использовавшегося в качестве источника света. Никаких паразитных осцилляций яркости не наблюдалось. После внесения образца добавленная оптическая длина компенсируется подстройкой положения второй зонной пластинки (см. более подробно в Части I).

В описываемых экспериментах кристаллографическая ось  $b$  и ось  $p$  индикатрисы образца 8 параллельны оси  $OO'$  интерферометра, как показано на рис. 2. Расстояние между осью  $OO'$  и осью лампы накачки составляет  $11,6 \pm 0,1$  мм. Измерительная

волна распространяется в образце параллельно оси  $OO'$ . Интерференционные полосы ориентированы перпендикулярно оси  $c$  кристалла, так как тепловые неоднородности наиболее ярко выражаются вдоль неё из-за наибольшего поглощения излучения накачки в этом направлении [1]. При этом интерференционные полосы равномерно сужаются по направлению к лампе накачки, что позволяет более детально изучить неоднородности оптической толщины кристалла в области, прилегающей к отверстию.

Измерения могли проводиться для каждого из двух направлений поляризации — вдоль осей индикатрисы показателя преломления  $m$  или  $g$  — для исключения влияния двулучепреломления. Сильная анизотропия кристалла и цилиндрическая геометрия системы накачки усложняют интерпретацию интерференционной картины на всей апертуре образца. В настоящей работе не рассматриваются эффекты, связанные с анизотропией поглощения излучения в кристалле и результаты интерпретируются лишь в области, где направления температурного градиента и оси  $c$  везде близки. Эта область соответствует узкому фрагменту средней части интерферограмм полной апертуры образца, содержащему линию, параллельную оси  $c$  и проходящую через ось лампы накачки. Именно вдоль этой линии и измерялись смещения интерференционных полос.

### 3. Экспериментальные результаты

А. На рис. 3 показана серия интерферограмм изучаемой области апертуры кристалла, полученных по схеме Z-интерферометра при поляризации вдоль оси  $m$  в различные моменты времени после вспышки лампы (указаны на оси абсцисс; по оси ординат отложены координаты экстремумов, отсчитываемые от центра отверстия). Отчётливо наблюдается смещение полос в процессе изменения температуры образца. Момент вспышки лампы обозначен стрелкой, полная тепловая релаксация образца наступает через  $t=10$  мин после вспышки, и расположение всех полос совпадает с таковыми для холодного образца ( $t=0$  мин).

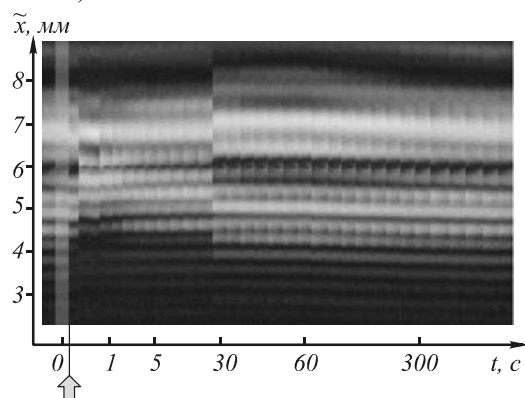


Рис. 3. Интерферограммы изучаемой области апертуры образца для различных моментов времени после вспышки лампы

Компьютерная обработка интерференционных картин, проведённая по методике, описанной в При-

ложении, даёт массив координат экстремумов со следующей сеткой по времени. В интервале от 0 до 5 с шаг составляет 40 мс; от 5 до 60 с — 5 с; от 1 до 5 мин — 30 с, и далее — 1 мин.

Графики на рис. 4, а демонстрируют временную зависимость координат экстремумов от момента вспышки лампы до полной релаксации образца. Для удобства обсуждения здесь и далее  $\tilde{x}$ -координаты экстремумов отсчитываются от оси лампы вдоль линии измерения. На рис. 4, б показаны увеличенные графики для полос вблизи лампы в первые секунды после вспышки. Прямые линии до момента  $t=0$  отражают положение полос в исходном состоянии. Разрыв между ними и остальной частью графиков показывает отсутствие данных в промежутке от 0 до 40 мс. В это время смещение полос, вероятно, самое большое.

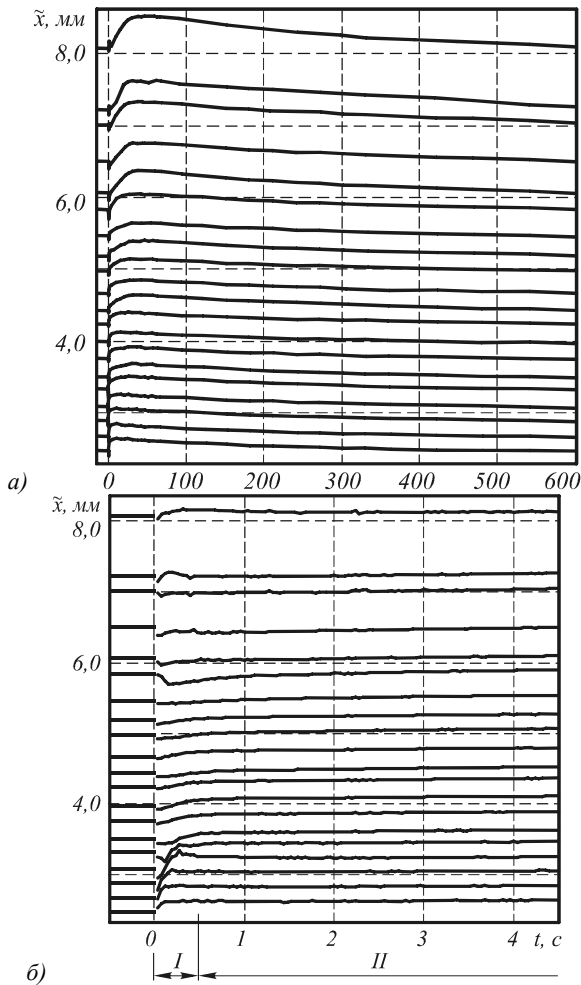


Рис. 4. Графики зависимости координат экстремумов интерференционных полос от времени в системе с началом координат на оси лампы (а); на рисунке (б) показаны те же графики с другим масштабом оси времени

На графиках выделяются два интервала: I. половина первой секунды; II. от 0,5 до 600 с.

I. В течение половины первой секунды полосы движутся сначала в одну, затем в другую сторону. Это происходит тем медленнее, чем дальше полоса

расположена от лампы. Амплитуда отклонения полос, в основном, уменьшается с удалением от лампы.

II. Все полосы совершают медленное однополярное колебание в направлении от лампы и обратно. При этом максимумы, широких “холмов” на графиках, достигаются тем позже, чем полоса дальше от лампы. Так, максимум нижнего графика (самая близкая к лампе полоса) наступает приблизительно в момент  $t=10$  с, а верхнего — в 50 с. Далее все полосы монотонно возвращаются в исходные положения.

На основе полученного массива координат экстремумов можно рассчитать распределение неоднородностей оптической толщины вдоль линии измерения в каждый момент времени, пользуясь методикой, описанной в Приложении.

На рис. 5, а приведены графики разности фаз  $\delta\varphi(\tilde{x}_i, t, \tilde{x}_b)$  между  $i$ -м экстремумом (координата  $\tilde{x}_i$ ) и заданным экстремумом (координата  $\tilde{x}_b$ ) для моментов времени  $t=0, 40, 80$  мс. В качестве заданного выбран экстремум самой далёкой от лампы полосы. Значения разности фаз  $\delta\varphi$  рассчитаны на основе данных интерферограммы для заданного момента времени по формуле (8) Приложения, погрешности — по формуле (7). В среднем погрешности составили  $0,006$  рад на фоне характерных значений величины  $\delta\varphi \sim 1$  рад.

Необходимо заметить, что графики на рис. 5, а не отражают, вообще говоря, кинетику неоднородности, а показывают масштаб неоднородности на всей линии измерения в заданный момент времени. Приращения фазы относительно исходного состояния образца в точке  $\tilde{x}_b$  различны для разных графиков. Если неоднородность оптической толщины в этой точке слабо изменяется во времени, то о кинетике можно судить по данным графикам только качественно.

На рис. 5, б представлены графики приращения  $\delta\Phi(\tilde{x}, t, 0)$  фазы измерительной волны между  $t=0$  (исходное состояние) и моментами времени  $t=40, 80, 200$  мс. Значения приращения фазы получены на основе данных соответствующих пар интерферограмм по формуле (12) Приложения, погрешности — по формуле, аналогичной (7). Экспериментальные точки на графиках соединены прямыми линиями в соответствии с предположением о линейной интерполируемости неоднородности оптической толщины между ними. Погрешности показаны только на графике для  $t=40$  мс; в среднем среднеквадратичное отклонение от среднего значения составило  $0,15$  рад на фоне характерных значений  $\delta\Phi \sim 1$  рад. В пренебрежении неоднородностью нагрева и тепловым изменением длины это соответствует изменению показателя преломления  $0,5 \cdot 10^{-6}$ .

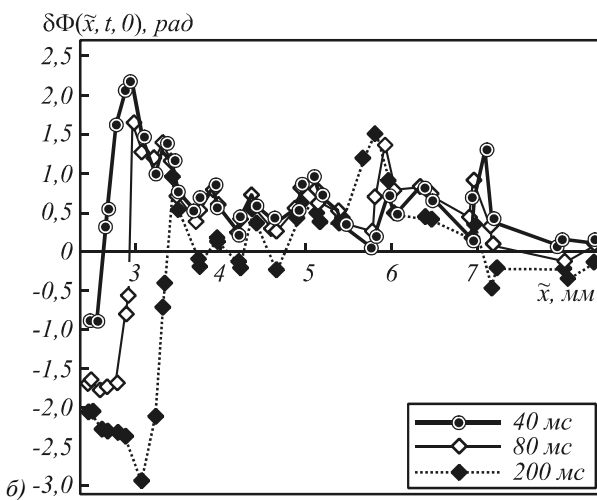
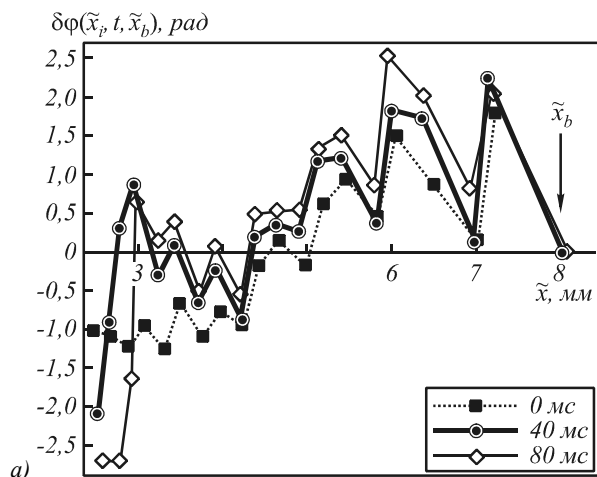


Рис. 5. Распределение неоднородности оптической толщины образца вдоль линии измерения: графики разности фаз измерительной волны между экстремумами на интерферограмме с координатами  $\tilde{x}_i$  и базовым экстремумом с координатой  $\tilde{x}_b$  для указанных моментов времени (а); графики приращения фазы измерительной волны за указанное время после вспышки лампы (б)

**Б.** В  $T$ -интерферометре визуализировались оптические неоднородности в кристалле КГВ до и после вспышки лампы накачки. На рис. 6, а показаны две серии кадров видеосъемки муаровых картин, зарегистрированных при поляризации излучения вдоль оси  $m$  (серия I) и вдоль оси  $g$  (серия II). Кадры расположены в столбцах в хронологическом порядке. Два кадра в серии I отсутствуют по техническим причинам. Первые кадры в сериях соответствуют исходному состоянию образца. Светлым кольцом на первом кадре серии I отмечена граница отверстия в образце. Изображения первых кадров приведены полностью, а остальных для удобства сравнения представлены в виде соединённых левой половины исходного кадра и правой половины текущего кадра видеозаписи. Линия соединения кадров соответствует линии измерения в  $Z$ -интерферометре.

В серии I  $T$ -интерферометр настроен на минимум освещённости на апертуре образца. Светлые

полосы обусловлены наличием слабого клина и остаточных напряжений вокруг отверстия в образце. В серии II изменена только поляризация. Различие показателей преломления КГВ  $n_m$  и  $n_g$  приводит к изменению яркости муаровой картины.

На рис. 6, б показана последовательность прямоугольных фрагментов текущих кадров из серии I (границы фрагмента показаны светлой линией для примера на первом кадре серии на рис. 6, а). Для большей наглядности светлые пятна на фрагментах выделены контуром.

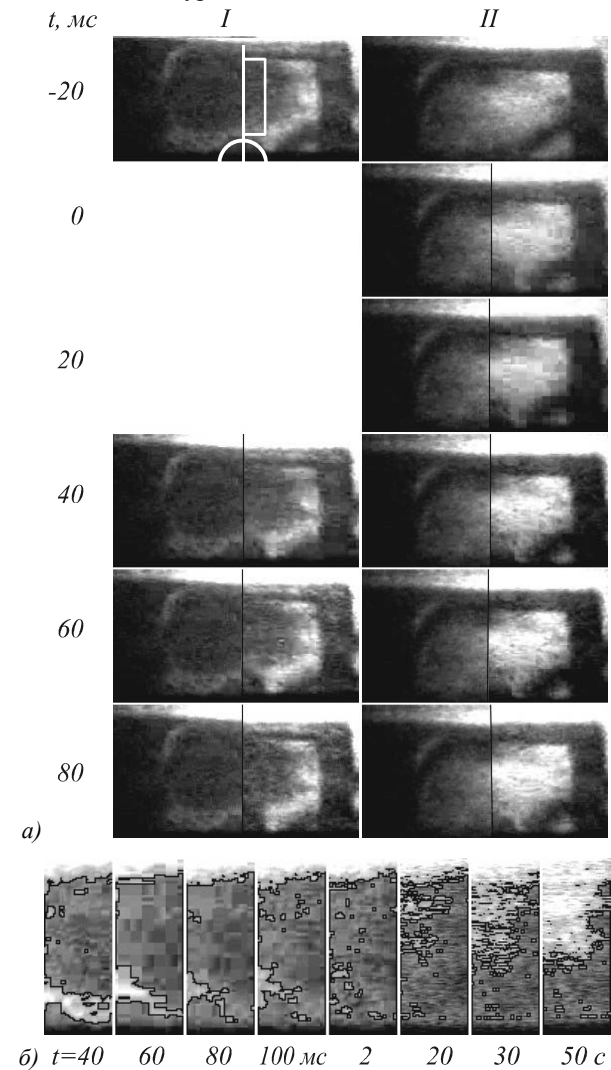


Рис. 6. Визуализация тепловых неоднородностей оптической толщины КГВ во времени

#### 4. Обсуждение результатов

Приведённые графики и изображения демонстрируют достаточно сложную картину явлений в образце. Целью данной статьи не ставится их полная расшифровка. Дадим краткие пояснения полученным результатам.

**А.** Приведём характерные времена тепловых процессов, происходящих в эксперименте. Выделение тепла в объёме кристалла под действием излучения прекращается через время около 300 мкс от начала импульса тока в лампе накачки. Характерный раз-

мер образца (расстояние от отверстия до периферии) тепло преодолевает за время  $\sim \Delta \tilde{x}^2 / 4\chi_3 = 20 \div 30$  с, где  $\chi_3 \approx 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$  — коэффициент температуропроводности КГВ вдоль оси  $c$  [13, 14]. Полное остывание образца наступает через 10 мин. Измерение температуры колбы лампы с помощью термопары показало, что через 5 с после вспышки её поверхность нагревается на  $10^\circ \text{C}$ . Тепло с колбы через воздушный зазор толщиной 0,25 мм передаётся стенкам отверстия в кристалле за время  $\sim 0,1$  с.

Таким образом, в кристалле протекают четыре тепловых процесса: 1) практически мгновенное выделение тепла, неоднородно распределённого по объёму образца, обусловленное поглощением излучения; 2) поступление в объём образца тепла от колбы лампы; 3) перераспределение тепла в образце; 4) уход тепла с поверхности образца (общее остывание).

1) Лазерная генерация происходит в течение вспышки лампы накачки, поэтому наиболее интересен график для  $t=40$  мс на рис. 5, б. За время 40 мс выделившееся тепло успевает распространиться на расстояние всего  $\sim 0,5$  мм (менее 15% всей области вдоль линии измерения). Таким образом, график для  $t=40$  мс отражает ситуацию, не сильно отличающуюся от той, которая складывается к моменту окончания тепловыделения.

Неоднородность распределения выделившегося тепла обусловлена цилиндрической симметрией источника излучения и затуханием интенсивности излучения вследствие поглощения. Из этого следует, что характер спада температуры к периферии апертуры образца быстрее экспоненциального. Располагая данными о среднем коэффициенте поглощения КГВ вдоль оси  $c$  в диапазоне спектра от 500 до 1000 нм, который равен  $\approx 3 \text{ см}^{-1}$ , находим, что превышение температуры над исходной должно падать в  $e$  раз на расстоянии менее 3 мм от края отверстия. Общий вид графика для  $t=40$  мс, в части, где приращения фазы положительные (отрицательные приращения обсуждается ниже), отвечает этому характеру спада: положительная часть графика спадает на треть на расстоянии  $\approx 1,5$  мм от края отверстия.

2) Характерное время передачи тепла с колбы лампы кристаллу совпадает с моментом появления у полос близких к лампе на рис. 4, б сильного сдвига в сторону от лампы. Максимальный нагрев колбы лампы выше нагрева кристалла почти на порядок. Поэтому поступающее в образец дополнительное тепло создаёт более выраженный температурный градиент близи отверстия. На рис. 5, б это выражается в росте отрицательной части графиков со временем. Максимальное значение отрицательной части достигается при  $t \approx 200$  мс.

3) Тепло распространяется из области вблизи отверстия, где его больше, к периферии кристалла. Поскольку выделившееся в кристалле тепло и тепло от колбы лампы сосредоточены на одном конце линии измерения и разделены во времени небольшим

интервалом, их перераспределение неразличимо на графиках.

Рис. 4, а в интервале времени  $\Pi$  хорошо отражает постепенный прогрев кристалла теплом, распространяющимся от колбы лампы. Положения максимумов “холмов” на графиках соответствует оценке времени распространения тепла сквозь кристалл. Рост температуры и её градиента вблизи отверстия приводит к расширению области отрицательной части графиков на рис. 8, б со временем.

Обсудим теперь отрицательную часть графиков на рис. 5, б. Необходимо заметить, что фазовые набегі вдоль измерительной волны в каждой точке апертуры кристалла определяются изменением геометрической длины образца, температурным изменением показателя преломления при постоянных механических напряжениях и упругооптической (фотоупругой) частью показателя преломления материала (см., например, [15]). В нашей конфигурации, считая торцы точно плоскопараллельными и пренебрегая неоднородностью показателя преломления в холодном образце, можно записать:

$$\begin{aligned} \delta\Phi(\tilde{x}; t, 0) &\approx k\delta l(\tilde{x})(n_i - 1) + k(l_0 + \delta l(\tilde{x})) \times \\ &\times \left[ \left( \frac{\partial n_i}{\partial T} \right)_\varepsilon \Delta T(\tilde{x}) - \frac{n_i^3}{2} p_{ijkl} \varepsilon_{kl}(\tilde{x}) \right], \quad (1) \\ \delta l(\tilde{x}) &\equiv l_0 \Delta T(\tilde{x}) \left( \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial T} \right), \quad \Delta T(\tilde{x}) = T(\tilde{x}) - T_0 > 0, \end{aligned}$$

где  $i = \mathbf{m}, \mathbf{g}$ ,  $p_{ijkl}$  — фотоупругие коэффициенты КГВ,  $\varepsilon_{kl}$  — тензор деформаций, зависящий от геометрии кристалла и градиента температуры (по индексам  $k, l$  производится суммирование),  $T_0$  — исходная температура образца,  $\partial \varepsilon_2 / \partial T$  — температурный коэффициент линейного расширения в направлении распространения измерительной волны (ось  $\mathbf{b}$ ). Выражение (1) преобразуется к виду (координатная зависимость для упрощения записи опущена; членами второго порядка малости мы пренебрегли, а также использовали, что для КГВ  $n_i - 1 \approx 1$ ):

$$\frac{\delta\Phi}{k l_0} \approx f + \left[ \left( \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial T} \right) + \left( \frac{\partial n_i}{\partial T} \right)_\varepsilon \right] \Delta T, \quad (2)$$

где  $f = -n_i^3 p_{ijkl} \varepsilon_{kl} / 2$ . Знак этой функции неизвестен: анализ  $\varepsilon_{kl}$  сильно затруднён из-за анизотропии оптических и механических свойств КГВ, о коэффициентах  $p_{ijkl}$  в известной нам литературе информации нет. Тем не менее, величину  $f$  можно оценить. Обычно  $|p_{ijkl}| \sim 0,3$  [15, С. 289]; например, для подобного по химическому составу кристалла тройного молибдата висмута  $p_{ijkl} \approx 0,3$  [16, С. 514]. Пользуясь тем фактом, что обычно до проявления пластичности  $|\varepsilon_{kl}| < 10^{-2}$ , можно считать, что  $|f| \sim 10^{-2}$  или менее. Поскольку в нашем эксперименте  $\Delta T \sim 1^\circ \text{K}$  и выражение в квадратных скобках в (2) по величине  $\sim 10^{-6}$ , то знак  $\delta\Phi$  определяется

знаком  $f$  при сильных деформациях, а в случае  $f \ll 10^{-6}$  — знаком второго слагаемого.

Из результатов измерений термооптических характеристик КГВ, приведённых в [14], следует, что  $(\partial n_m / \partial T)_\varepsilon \approx +4,3 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ . В работе [17], где со-держатся результаты расширенного изучения термооптических эффектов в лазерах на КГВ, приводится другое значение этой величины:  $-0,8 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ . Это единственные известные нам из литературы сведения. Что касается термического расширения, то в [17, 18] указывается, что  $\partial \varepsilon_2 / \partial T = +1,6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ; авторы [13], ссылаясь на производителя (OPTRON Technology Ltd., Болгария), указывают значение  $+3,6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ . В данном случае разногласия в величинах не принципиальны, т.к. замечательно, что при всех их комбинациях второе слагаемое в (2) положительно.

В связи с этим наблюдение существенных отрицательных значений  $\delta\Phi$  приводят к выводу, что вблизи отверстия, где  $T$  и  $\nabla T$  максимальны,  $f < 0$  и  $|f| \gg 10^{-6}$ , и изменение показателя преломления практически определяется фотоупругим эффектом. Применительно к положительной части графика отмеченные выше факты означают, что на периферии апертуры по линии измерения  $|f| \ll 10^{-6}$ .

Сильное проявление фотоупругости вблизи отверстия скорее связано с величиной функции  $\varepsilon_{kl}$ , чем фотоупругих коэффициентов  $p_{ijkl}$ , т.к. последние не зависят от координат. Какая из величин ответственна за знак эффекта можно было бы сказать, зная решение задачи о деформациях. Не исключено, что уменьшение оптической толщины цилиндрического активного элемента из КГВ при неоднородном нагреве (отрицательная тепловая линза) [17] тоже имеет фотоупругую природу.

На графиках  $\delta\varphi$  (рис. 5, а) обращают на себя внимание осцилляции, которые имеют шаг  $\approx 1$  мм. Их амплитуда почти на порядок превышает погрешность. Они слабо зависят от времени и присутствуют на графике для исходного состояния (рис. 5, а,  $t=0$  мс). Следовательно, они не связаны с наличием и распространением тепла и отражают некоторую собственную неоднородность образца, например, в химическом составе и строении кристалла, возникшую в процессе его роста. Если посчитать длину кристалла постоянной в области пика с  $\tilde{x} \approx 7,2$  мм и пренебречь фотоупругими эффектами, то оценка вариации показателя преломления из-за этой неоднородности составит  $\sim \pi / (kl_0) \approx 10^{-5}$ .

Замечательно, что на графиках рис. 5, б тоже имеются осцилляции\* почти в тех же позициях, но более слабые, а в некоторых случаях знакоперемен-

\* По определению величины  $\delta\Phi(\tilde{x}, t, 0)$  (формула 5 Приложения) в графиках на рис. 5, б исключаются вклады не зависящие от времени.

ные. Поскольку данные графики представляют собой разность между величинами  $\varphi$  в данном и начальном моментах времени, наблюдаемую картину можно получить, предположив, что “встроенная” в кристалл неоднородность слегка смещается из-за изменения размеров образца вследствие нагрева.

**Б.** В сериях I и II (рис. 6, а) над отверстием наблюдается потемнение или некоторое количество дугообразных полос. Со временем они расширяются и перемещаются к периферии кристалла. Недостаточное разрешение изображений не позволяет определить количество полос.

Интересно сравнить результаты измерений и визуализации для моментов времени 40 и 80 мс: рис. 5, б и рис. 6, а, серия I. Монотонно нарастающая вдоль  $\tilde{x}$  фазовая неоднородность, превышающая по величине  $\pi$ , отображается  $T$ -интерферометром как полосы (их число равно кратности разности фаз  $\pi$  — см. также Часть I). Таким образом, по графику на рис. 5, б можно рассчитать ширину и число полос возникающих в муаровой картине в соответствующей области апертуры образца. В области, соответствующей началу графика для 40 мс, исходный светлый фон муаровой картины преобразуется в следующую последовательность: тёмная полоса шириной  $\approx 0,25$  мм, две светлые полосы разделённые тёмным зазором  $\sim 0,1$  мм (менее 2% от апертуры вдоль линии измерения). Их общая ширина должна быть  $\approx 1$  мм. Из кадра визуализации находим, что ширина первой тёмной полосы  $\approx 0,45$  мм, общая ширина  $\approx 1,1$  мм, что удовлетворительно согласуется с расчётом.

Исходя из графика для 80 мс (рис. 5, б), в муаровой картине должны наблюдаться 2–3 узких светлых полосы, разделённые широкими тёмными полосами, какие можно различить на соответствующем кадре рис. 6, а, серия I. Соответствие наблюдаемой в  $T$ -интерферометре картины и графиков здесь также имеется.

На увеличенных фрагментах (рис. 6, б) до момента  $t=2$  с хорошо видно перемещение и размывание полос. На последующих явно видны полосы, яркость которых растёт со временем. Полосы не смещаются и расположены в местах, хорошо соответствующих осцилляциям на рис. 5.

## 5. Заключение

Такие достоинства интерферометров на зонных пластинках, как резкое снижение влияния вибраций, температурных и турбулентных колебаний воздуха позволили провести измерения распределений и кинетики неоднородности оптической толщины, возникающей после вспышки лампы накачки. Измерения проводились вдоль радиального направления относительно оси лампы накачки, совпадающего с осью  $c$  в кристалле КГВ. Продемонстрирована чувствительность не хуже  $0,5 \cdot 10^{-6}$  и высокая стабильность простой конструкции интерферометров на основе зонных пластинок. Введение дополнительной зонной пластинки в оптическую схему позволяет

осуществить прямую визуализацию неоднородностей оптической толщины кристалла без коренной перестройки интерферометра.

Выявлено, что фазовые возмущения, возникающие вблизи лампы накачки, имеют отрицательный знак. Это означает, что вклад в них фотоупругости больше по величине и противоположен по знаку суммарному вкладу от теплового изменения показателя преломления и линейных размеров образца. Этот факт косвенно указывает на то, что фотоупругие эффекты могут оказывать доминирующее влияние на параметры генерации лазеров на КГВ, по крайней мере, для экспериментальных условий в работах [1, 19], а также — при измерении тепловой линзы в активном элементе из КГВ в виде стержня [17].

Описанная методика исследования неоднородностей оптической толщины, благодаря высокой чувствительности и простоте реализации, может с успехом применяться для изучения и экспресс-контроля качества кристаллов и других оптических материалов.

Авторы выражают благодарность к.ф.-м.н. В.С. Гулеву за инициирование работ по трубчатым лазерам на КГВ и за предоставленные образцы, а также чл.-корр. РАН, проф. С.Г. Раутиану за инициирование и поддержку работы по измерениям термических вариаций показателя преломления в активных элементах мощных лазеров.

### Приложение

1. Определение положения полос в выделенных фрагментах на оцифрованных интерферограммах осуществляется разработанной нами программой. Она определяет координаты экстремумов яркости вдоль линии измерения вначале грубо, а затем более точно путём “взвешивания” интегралов яркости в двух половинках щели усреднения. Длина щели меньше расстояния между ближайшими экстремумами. Ширина щели равна ширине фрагмента. Точность определения координат экстремумов в плоскости интерференционной картины составляет  $\approx 0,01$  мм ( $\sim 1/80$  периода полос). Для каждого момента времени массив координат экстремумов составляет вектор  $\mathbf{X}$ . Начало системы координат (точка  $O'$  на рис. 2) помещается на оси  $OO'$  интерферометра.

В методике обработки интерферограмм не используется значение порядка интерференции. В хронологической последовательности кадров полосы идентифицируются при выполнении следующего критерия:  $\tau_{\text{рег}} \leq \tau_{\pi}$ , где  $\tau_{\text{рег}}$  — период следования кадров при регистрации,  $\tau_{\pi}$  — характерное время, за которое фазовая толщина образца изменяется на  $\pi$ . В нашем случае  $\tau_{\text{рег}} = 20$  мс. За время вспышки лампы (нагрева образца) полосы сдвигаются очень быстро ( $\tau_{\pi} < 250$  мкс), поэтому для первой пары кадров (до вспышки — первый после вспышки) данный критерий не выполняется. Но в процессе остывания температура меняется медленно и плавно, и обусловленное ею изменение оптической толщины

носит такой же плавный характер, поэтому начиная со второго и для всех последующих кадров критерий выполняется.

Для определения максимального смещения полосы необходимо регистрировать интерферограммы до момента полной тепловой релаксации. Далее идентификация полос на разновремених интерферограммах (см. рис. 3) производится путём последовательного взаимного сопоставления их положений в обратном направлении по времени от момента полной релаксации. В результате в векторах  $\mathbf{X}$  каждая компонента соответствует одному и тому же экстремуму в любой момент времени. Обозначим через  $\mathbf{X}_t$  и  $\mathbf{X}_0$  векторы, соответствующие интерферограмме в момент времени  $t$  и интерферограмме до вспышки ( $t = 0$ ), эквивалентной таковой после тепловой релаксации.

2. Анализ разности фаз в интерферометре между плоской (измерительной) и цилиндрической (опорной) волнами в описанных условиях эксперимента проводится ниже в пренебрежении дифракционными и рефракционными эффектами. В плоскости регистрации разность фаз с учётом неоднородности оптической толщины образца можно записать следующим образом:

$$\Phi(x, t) = -\frac{kx^2}{2(z-f)} + k(z-f) + k \int_0^{l(x,t)} n(z, x, t) dz - kl(x, t). \quad (3)$$

Здесь  $z$  — удаление плоскости регистрации от зонной пластинки;  $k = 2\pi/\lambda$  — модуль волнового вектора в воздухе;  $l(x, t)$  — геометрическая толщина образца, где зависимость от времени обусловлена изменениями температуры, и  $L(x, t) = \int_0^{l(x,t)} n(z, x, t) dz$  — оптическая толщина образца. При любом характере распределения показателя преломления в объёме образца оптическая толщина в момент времени  $t$  в координате  $x$  поперечного сечения может быть представлена через эквивалентное значение показателя преломления  $n_{\text{equ}}(x, t)$ :

$$L(x, t) = n_{\text{equ}}(x, t) l(x, t).$$

Выделим явно возмущения показателя преломления, геометрической и оптической толщины образца на фоне некоторых средних значений:

$$n_{\text{equ}}(x, t) = n_0 + \delta n(x, t), \quad l(x, t) = l_0 + \delta l(x, t), \\ L = L_0 + \delta L, \quad \delta L = l_0 \delta n + n_0 \delta l.$$

Средние по сечению образца в начальном состоянии значения  $n_0$ ,  $l_0$  и  $L_0$  удовлетворяют условиям:

$$\delta n \ll n_0, \quad \delta l \ll l_0, \quad \delta L \ll L_0.$$

Тогда выражение (3) переписывается в виде:

$$\Phi(x, t) = Ax^2 + B + \varphi(x, t), \quad (4)$$



где

$$A = -\frac{k}{2(z-f)}, \quad B = k(z-f) + kl_0(n_0-1),$$

$$\varphi(x,t) \cong kl_0 \delta n(x,t) + k \delta l(x,t)(n_0-1) = k[\delta L(x,t) - \delta l(x,t)].$$

В последнем выражении слагаемым второго порядка малости мы пренебрегли.

Таким образом, в разности фаз  $\Phi(x,t)$  удаётся выделить слагаемое  $\varphi(x,t)$ , описывающее влияние возмущений геометрической и оптической толщины и приводящее к смещению полос относительно их положений в случае однородного образца.

Термоиндуцированные изменения оптической толщины при фиксированном  $x$  за промежуток времени  $[0,t]$  в силу линеаризации зависимости  $\varphi(x,t)$  от  $\delta L$  определяется величиной  $\delta\Phi$ :

$$\delta\Phi(x,t,0) \equiv \Phi(x,t) - \Phi(x,0) = \varphi(x,t) - \varphi(x,0). \quad (5)$$

А величина  $\delta\varphi(x_1,t,x_2) \equiv \varphi(x_1,t) - \varphi(x_2,t)$  прямо пропорциональна разности оптической толщины между двумя точками апертуры в момент времени  $t$ .

Чтобы выразить  $\delta\varphi$  через вектор  $\mathbf{Xt}$ , рассмотрим разность величины  $\Phi$  в двух произвольных экстремумах с координатами  $Xt_i$  и  $Xt_j$  в некоторый момент времени  $t$ :

$$\begin{aligned} \Phi(Xt_i,t) - \Phi(Xt_j,t) &= \\ &= A(Xt_i^2 - Xt_j^2) + [\varphi(Xt_i,t) - \varphi(Xt_j,t)]. \end{aligned}$$

Поскольку  $Xt_{i,j}$  — экстремумы, то

$$\Phi(Xt_i,t) - \Phi(Xt_j,t) = \pi(i-j),$$

поэтому

$$\delta\varphi(Xt_i,t,Xt_j) = -A(Xt_i^2 - Xt_j^2) + \pi(i-j) \quad (6)$$

Выражение (6) даёт возможность на основе экспериментальных данных точно вычислять разность величины  $\varphi$  между точками на апертуре, совпадающими с экстремумами на интерферограмме, и точкой, выбранной в качестве базовой (например, с координатой  $Xt_j = Xt_b$ ).

Погрешность вычисления  $\delta\varphi(Xt_i,t,Xt_j)$  определяется погрешностями измерения координат экстремумов  $\Delta Xt_i$ . Среднеквадратичное отклонение  $\sigma_\varphi$  от среднего значения  $\delta\varphi$  вычислялось по формуле (см., например, [20]):

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\left[\frac{\partial(\delta\varphi)}{\partial Xt_i}\right]^2 (\Delta Xt_i)^2 + \left[\frac{\partial(\delta\varphi)}{\partial Xt_b}\right]^2 (\Delta Xt_b)^2}. \quad (7)$$

При условии достаточно малого шага интерференционной картины по сравнению с характерным размером исследуемой неоднородности значения  $\delta\varphi(x,t,Xt_b)$  между экстремумами можно рассчитать

приближённо, пользуясь линейной интерполяцией, строящейся на каждом отрезке между соседними экстремумами:

$$\begin{aligned} \delta\varphi(x,t,Xt_b) &\approx \delta\varphi(Xt_i,t,Xt_b) + \\ &+ [\delta\varphi(Xt_{i+1},t,Xt_b) - \delta\varphi(Xt_i,t,Xt_b)] \frac{x - Xt_i}{Xt_{i+1} - Xt_i} = \\ &= (x - Xt_i) \left[ \frac{\pi}{Xt_{i+1} - Xt_i} - A(Xt_{i+1} + Xt_i) \right] - \\ &- A(Xt_i^2 - Xt_b^2) + \pi(i-b), \quad (8) \\ x &\in [Xt_i, Xt_{i+1}]. \end{aligned}$$

3. Как уже указывалось, выражение (5) определяет изменения неоднородности оптической толщины за определённое время. Сопоставим соответствующие разновременные интерферограммы. Основываясь только на данных о координатах экстремумов, вычислить величину  $\delta\Phi(x,t,0)$  точно для произвольного значения  $x$  нельзя, но можно применить линейную интерполяцию аналогично (8), в которой выбор точек будет зависеть от взаимного расположения точки  $x$  и экстремумов на обеих интерферограммах. На поясняющем рисунке (рис. 7) показаны зависимости координат экстремумов от времени, которые по определению представляют собой *изофазы* — линии постоянной разности фаз измерительной и опорной волн в плоскости регистрации интерферограммы. Другими словами, разность значений фаз  $\Phi(D)$  и  $\Phi(E)$  между *любыми* точками на произвольных изофазах  $D$  и  $E$  постоянна. Искомая величина  $\delta\Phi(x,t,0) \equiv \Phi(D) - \Phi(E)$ , где  $D$  и  $E$  — изофазы, проходящие через точки на координатной плоскости  $(x,0)$  и  $(x,t)$  соответственно.

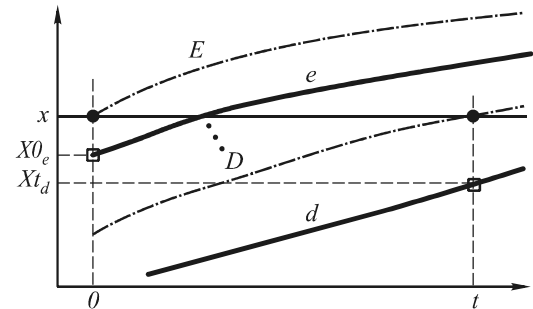


Рис. 7. Иллюстрация к расчёту приращения фазы между двумя моментами времени на основе двух интерферограмм. Сплошной жирной линией (кривые  $e$  и  $d$ ) обозначены графики временной зависимости координат интерференционных экстремумов; штрихпунктирной линией (кривые  $E$  и  $D$ ) — изофазы с разностью фаз не кратной  $\pi$

Определим номера  $d$  и  $e$  компонент векторов  $\mathbf{X0}$  и  $\mathbf{Xt}$  такие, что выполняются следующие условия:

$$Xt_d \leq x \leq Xt_{d+1}, \quad X0_e \leq x \leq X0_{e+1}.$$

Изофазы, проходящие через точки  $(Xt_d,t)$  и  $(X0_e,0)$ , обозначим соответственно  $\mathbf{d}$  и  $\mathbf{e}$ . Важно

заметить, что разности  $\Phi(E) - \Phi(\mathbf{e})$  и  $\Phi(D) - \Phi(\mathbf{d})$  всегда неотрицательные. Поэтому искомую фазовую разность удобно выразить через них. В общем случае она будет равна:

$$\delta\Phi(x; t, 0) = [\Phi(D) - \Phi(\mathbf{d})] - [\Phi(E) - \Phi(\mathbf{e})] + (d - e)\pi, \quad (9)$$

где последнее слагаемое отвечает количеству изофаз экстремумов, расположенных между  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{d}$ .

Разности  $\Phi(E) - \Phi(\mathbf{e})$  и  $\Phi(D) - \Phi(\mathbf{d})$  в точном выражении (9) удобно свести к разности фаз между следующими точками на координатной плоскости:  $(x, 0)$ ,  $(X0_e, 0)$  и  $(x, t)$ ,  $(Xt_d, t)$ . Пользуясь формулой (4) и обозначением (6), запишем:

$$\begin{aligned} \Phi(E) - \Phi(\mathbf{e}) &= \Phi(x, 0) - \Phi(X0_e, 0) = \\ &= A(x^2 - X0_e^2) + \delta\varphi(x, 0; X0_e), \end{aligned} \quad (10)$$

и аналогично

$$\Phi(D) - \Phi(\mathbf{d}) = A(x^2 - Xt_d^2) + \delta\varphi(x, t; Xt_d). \quad (11)$$

В приближении линейной интерполяции (8) после упрощений получим окончательное выражение:

$$\begin{aligned} \delta\Phi(x; t, 0) &\approx \pi(d - e) + \pi \left[ \frac{x - Xt_d}{Xt_{d+1} - Xt_d} - \frac{x - X0_e}{X0_{e+1} - X0_e} \right] - \\ &- Ax(Xt_{d+1} - Xt_{e+1} + Xt_d - Xt_e) + \\ &+ A(Xt_d Xt_{d+1} - X0_e X0_{e+1}), \end{aligned} \quad (12)$$

которое имеет смысл для

$$x \in [X0_e, X0_{e+1}] \cap [Xt_d, Xt_{d+1}].$$

Погрешность вычисления, связанная с погрешностью определения координат экстремумов, рассчитывается по формуле, аналогичной (7). Наряду с этим точность выражения (12), как и выражения (8), определяется точностью интерполяции, которая тем выше, чем больше интерференционных полос помещается на характерном размере неоднородности оптической толщины кристалла.

4. В наших экспериментальных условиях шаг интерференционной картины не более 0,8 мм. По сравнению с этим размером период осцилляций, наблюдавшихся в независимом эксперименте с  $T$ -интерферометром (рис. 6, б), несколько больше (~1 мм). Моделируя распределение неоднородности оптической толщины образца, мы попытались оценить в условиях нашего эксперимента точность интерполяции в (12) и (8). Модельное распределение  $\varphi_{\text{mod}}(x)$  было выбрано в виде, содержащем монотонную (нагрев от излучения лампы) и осциллирующую (собственная неоднородность кристалла) части:

$$\varphi_{\text{mod}}(x) = c_1 e^{-c_2 x} + c_3 e^{-c_4(c_5 - x)} \sin(c_6 x + c_7),$$

где коэффициенты подбирались на основе данных визуализации  $T$ -интерферометра. По формулам (4), (10) и (11) вычислялась функция  $\delta\Phi_{\text{mod}}(x)$ . Приближённая функция  $\delta\Phi(x)$  строилась по формуле (12) по координатам экстремумов, определённых

численно из формулы (4). Точность приближения (12) определялась величиной  $\varepsilon = |\delta\Phi / \delta\Phi_{\text{mod}} - 1|$ .

В результате моделирования было установлено, что на участках, где шаг интерференционной картины хотя бы в 1,5 раза меньше размера неоднородности,  $\varepsilon \leq 0,2\%$ . На участках, где он сравним с размером неоднородности,  $\varepsilon \sim 50\%$ .

### Литература

1. Гулев В.С., Микерин С.Л., Ключников А.А., Угожаев В.Д., Нестеренко В.Ф., Юркин А.М. Генерация лазера с трубчатым активным элементом из кристалла калий-гадолиниевого вольфрамата с неодимом // Квантовая электроника. 2001. Т. 31. № 10. С. 867.
2. Мезенцев А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И. Термооптика твердотельных лазеров. Л.: Машиностроение, 1986.
3. Костюкевич Е.А., Минько Л.Я. Двухзеркальный автоколлимационный интерферометр с визуализацией поля // ЖПС. 1981. Т. 34. Вып. 3. С. 551.
4. Громов А.К., Изынцев А.А., Копылов Ю.Л., Кравченко В.Б. Температурная зависимость термооптической постоянной  $W$  фосфатных стекол // Физика и химия стекла. 1976. Т. 2. № 5. С. 4.
5. Бужинский И.М., Дианов Е.М., Мамонов С.К. и др. Термооптические характеристики стёкол, активированных неодимом // ДАН СССР. 1970. Т. 190. № 3. С. 558.
6. Зуйков И.Е., Оксенчук И.Д. Внутррезонаторный метод регистрации изменения показателя преломления // Автометрия. 2002. № 2. С. 92.
7. Koronkevitch V.P., Palchikova I.G. Interference properties of zone plates // Optoelectronics, Instrumentation & Data Processing. 1994. N 3. P. 85–100.
8. Lohman A.W. An interferometer with zone plates as beam-splitter // Opt. Acta. 1985. V. 32. P. 1465.
9. Пальчикова И.Г., Попова С.С., Смирнов С.В. Сравнительное изучение самоизображения прозрачных решёток // В сб.: Компьютерная оптика. М.: МЦНТИ, 2000. Вып. 20. С. 60–70.
10. Palchikova I.G., Palchikov E.I. Zone Plates Application in the Talbot Shift-Interferometer for Flow Visualization // 9<sup>th</sup> Millenium International Symposium on Flow Visualization. Edinburgh, Heriot-Watt University, 2000. Eds. G.M. Carlomagno and I. Grant. CD-ROM Proceedings. Paper Nr. 9MISFV-42. (The address of the library deposit (ISBN system archive): National Library of Scotland, Legal Deposit and Donations Unit, 31 Salisbury Place, Edinburgh EH9 1SL, Scotland, UK)
11. Ананьева Г.В., Афанасьев И.И., Васильева В.И. и др. Структурные, морфологические и оптические характеристики кристаллов калий-гадолиниевого вольфрамата // Опт.-мех. пром. 1983. № 8. С. 35–36.
12. Устименко Н.С., Гулин А.В. Новые ВКР-лазеры на кристалле  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2:\text{Nd}^{3+}$  с самопреобразованием частоты излучения // Квантовая электроника. 2002. Т. 32. № 3. С. 229.
13. Kalisky Y., Kravchik L., Labbe C. Repetitive modulation and passively Q-switching of diode-pumped Nd-KGW laser // Opt. Commun. 2001. V. 189, N 1–3. P. 113.
14. Жиленис А.А., Малдугис Э.К., Гульбинас И.А. и др. Термооптические свойства кристаллов КГВ // В сб.: Лазеры и оптическая нелинейность. Вильнюс: ИФАН ЛитССР, 1987. С. 340–342.
15. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. Гл. 13. С. 285–302.

16. Акустические кристаллы / Справочник. Под ред. М.П. Шаскольской. М.: Наука, 1982. — 632 с.
17. Мочалов И.В. Нелинейная оптика лазерного кристалла калий-гадолиниевого вольфрамата, активированного неодимом  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2:\text{Nd}^{3+}$  // Оптич. журнал. 1995, №11. С. 4–15.
18. Беляев В.Д., Романова Г.И. Теплопроводность и тепловое расширение кристаллов КГВ // Труды IV кирово-воканской научно-технич. конф. по синтетич. корундам. — Кировокам, 1981. С. 28–33.
19. Гулев В.С., Микерин С.Л., Павлюк А.А., Юркин А.М. Мощные твердотельные лазеры с равномерным поперечным распределением интенсивности и малой расходимостью излучения // Автометрия. 1999. № 4. С. 104–113.
20. Клаассен К.Б. Основы измерений. Электронные методы и приборы в измерительной технике. М.: Постмаркет, 2000. — 352 с.