

МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ

РАСЧЕТ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЦВЕТОДЕЛИТЕЛЬНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК

Досколович Л.Л., Тявин Е.В., Казанский Н.Л., Петрова О.И. *
Самарский государственный аэрокосмический университет
Институт систем обработки изображений РАН
* Тольяттинский государственный университет

Аннотация

Исследована работа цветоделительных дифракционных решеток в рамках строгой электромагнитной теории. Рассчитаны интенсивности дифракционных порядков в зависимости от величины периода. Оценены границы применимости скалярного приближения и приближения геометрической оптики, используемых при расчете микрорельефа оптических элементов такого типа. Проведен расчет цветоделительных решеток в рамках строгой теории с использованием градиентного метода. Оценена степень оптимальности решений, получаемых в рамках скалярной теории.

Введение

Фазовые дифракционные решетки широко используются для разделения излучения различных длин волн по различным дифракционным порядкам [1-10]. Впервые так называемые цветоделительные дифракционные решетки были предложены Дамманом (H. Dammann) в 1978 году [1].

Для расчета цветоделительных дифракционных решеток в рамках скалярной теории разработан ряд аналитических и итерационных методов [1-10]. Наиболее общим аналитическим решением является цветоделительная решетка, позволяющая разделить три плоских волны с длинами волн

$$\lambda_0, \lambda_{\pm 1} = \lambda_0 N / (N \pm p), p \in Z \quad (1)$$

по $-1, 0$ и $+1$ дифракционным порядкам [4, 8-10]. Профиль такой решетки состоит из N ступенек равной ширины. Высоты ступенек определяются по формуле:

$$d_i = \frac{\lambda_0}{(n_0 - 1)} \text{mod}_N(\alpha \cdot i), i = \overline{0, N-1}, \quad (2)$$

где n_0 - показатель преломления материала решетки, α - целое число:

$$\alpha = \frac{N \cdot m + 1}{N + p}, m \in Z. \quad (3)$$

Разделение различных длин волн достигается за счет использования микрорельефа с высотой в N раз большей, чем при работе с одной длиной волны. Высота микрорельефа определяется близостью разделяемых длин волн. Чем ближе длины волн, тем больше N и тем выше требуется рельеф.

Цветоделительные решетки (2), (3) рассчитаны с использованием двух основных приближений. Расчет прохождения падающего пучка через решетку проводится в приближении геометрической оптики. Дальнейшее распространение светового поля описывается в рамках скалярной теории. При указанных допущениях интенсивности рабочих порядков решетки имеют вид:

$$I_0 = 1, I_{\pm 1} = I_{-1} = \text{Sinc}^2(\pi / N). \quad (4)$$

Интенсивности порядков определяют доли энергии излучения с длинами волн (1), направляемые в порядки $0, \pm 1$.

Вследствие большей в N раз высоты рельефа, для цветоделительных решеток актуальным является исследование ошибок, вызванных применением скалярного приближения и приближения геометрической оптики.

В данной статье приведены результаты исследования работы цветоделительных решеток (2), (3) в рамках строгой электромагнитной теории и результаты расчета цветоделительных решеток в рамках строгой теории с использованием градиентного метода. Представленные результаты позволяют установить границы применимости использованных приближений и оценить оптимальность решений, получаемых в рамках скалярной теории.

Метод исследования решеток в рамках электромагнитной теории

Для решения задачи дифракции на цветоделительной решетке в рамках строгой электромагнитной теории был использован метод связанных волн - RCWA метод (rigorous coupled-wave analysis method) [11-13].

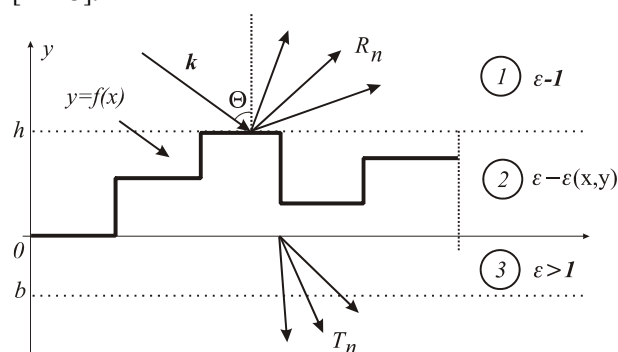


Рис. 1. Геометрия задачи дифракции

Согласно методу связанных волн введем три зоны (рис.1). Зона 1 соответствует области над решеткой при $y > h$, где h - максимальная высота микрорельефа. Зона 2 соответствует зоне модуляции

$0 < y < h$, и, наконец, зона 3 соответствует области подложки $y < 0$. Над решеткой и под решеткой диэлектрическая проницаемость постоянна. В зоне модуляции, диэлектрическая проницаемость является функцией $\varepsilon = \varepsilon(x, y)$. Магнитную проницаемость будем считать равной единице во всех трех зонах. Согласно методу связанных волн поля в зонах 1 и 3 представляются в виде суперпозиции плоских волн с неизвестными коэффициентами отражения R_n и пропускания T_n . В зоне 2 поле ищется из решения уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= -ik_0 \varepsilon(x, y) \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -ik_0 \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (5)$$

Далее, коэффициенты отражения и пропускания в зонах 1 и 3 находятся из условия равенства тангенциальных компонент полей на границах зон при $y=h$ и $y=0$. Метод связанных волн является стандартным и эффективным средством решения задач дифракции на периодических структурах.

Исследование влияния относительного периода и дрейфа волн

Известно, что скалярная теория дифракции правильно описывает распространение монохроматического излучения при характерных размерах объектов, на которых происходит дифракция светового пучка, много больше используемой длины волны. В нашем случае дифракция происходит на штрихах решетки, а удобным для использования характерным размером является период дифракционной решетки. Интересно исследовать границы применимости скалярной теории дифракции для цветоделительных решеток с малым (относительно основной длины волны λ_0) периодом. Для этого методом связанных волн были рассчитаны интенсивности прошедших дифракционных порядков для типичных цветоделительных решеток (работающих в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах длин волн) в зависимости от размера периода. На рис. 2 приведены интенсивности рабочих порядков цветоделительной решетки (2) для разделения длин волн $\lambda_{-1} = 0,7333$ мкм, $\lambda_0 = 0,55$ мкм, $\lambda_{+1} = 0,44$ мкм ($p=1, N=4$) по порядкам $-1, 0, +1$. Интенсивности порядков приведены при различной

величине периода от $5\lambda_0$ до $50\lambda_0$ при нормальном падении, $n_0=1,5$ для ТЕ и ТМ поляризации.

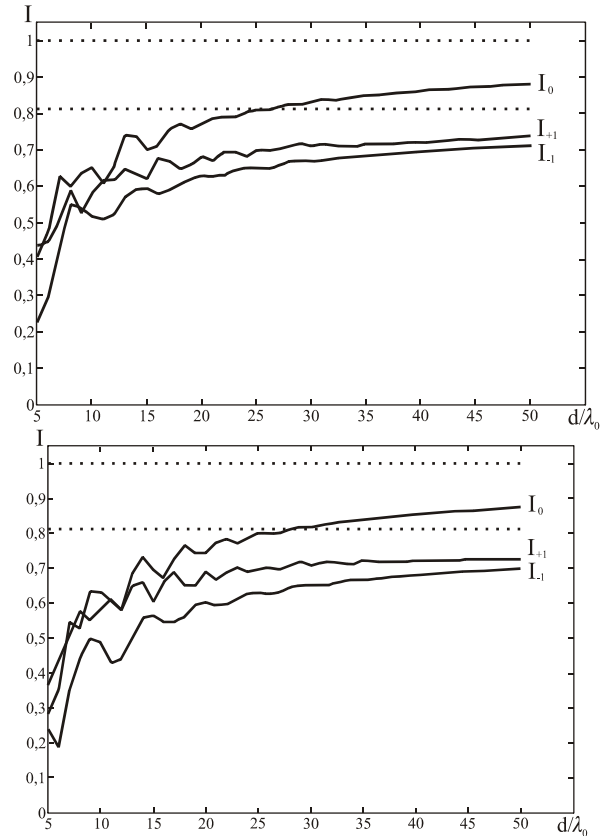


Рис. 2. Интенсивности рабочих порядков решетки (2) при $p=1, N=4$ в зависимости от величины периода для ТЕ (верхний график) и ТМ (нижний график) поляризации

На рис. 3, 4 приведены аналогичные графики интенсивностей рабочих порядков цветоделительной решетки (2) для разделения длин волн $\lambda_{-1}=0,6875$ мкм, $\lambda_0=0,55$ мкм, $\lambda_{+1}=0,4583$ мкм ($p=1, N=5$) и $\lambda_{-1}=0,9167$ мкм, $\lambda_0=0,55$ мкм, $\lambda_{+1}=0,3929$ мкм ($p=2, N=5$) по порядкам $-1, 0, +1$. Для решеток на рис. 3, 4 ($N=5$) ошибка несколько больше, чем для решетки на рис. 2 ($N=4$). Это связано с тем, что максимальная высота рельефа при $N=5$ в 1,33 раза больше, чем при $N=4$.

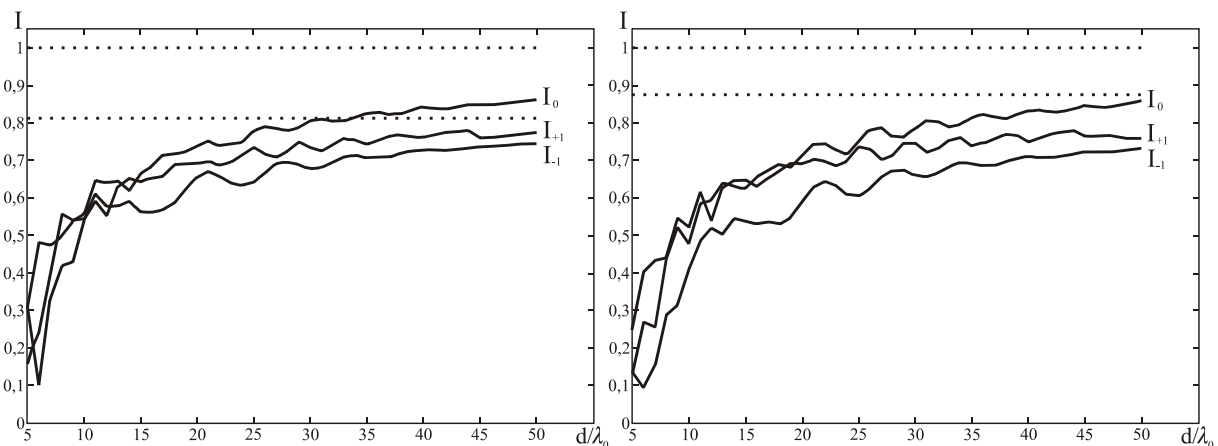


Рис. 3. Интенсивности рабочих порядков решетки (2) при $p=1, N=5$ в зависимости от величины периода для ТЕ (левый график) и ТМ (правый график) поляризации

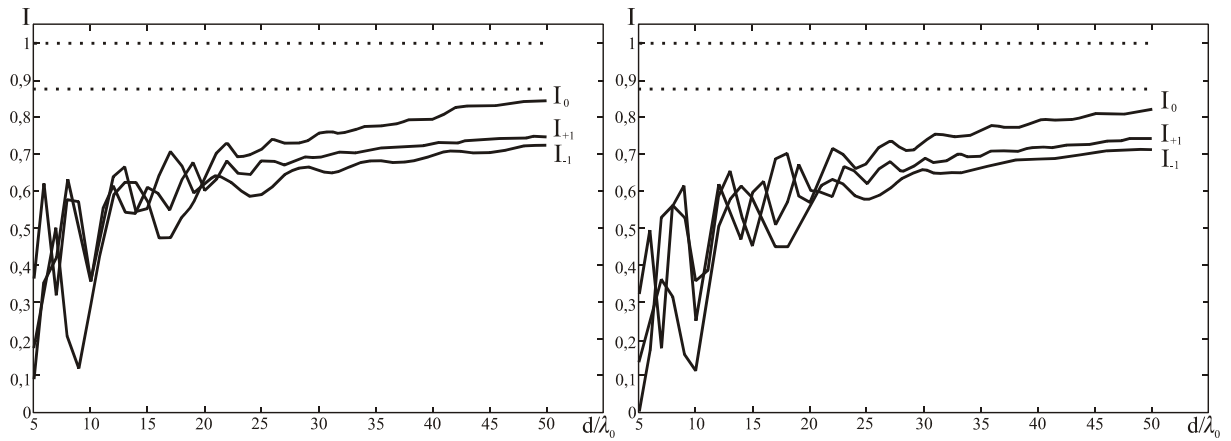


Рис. 4. Интенсивности рабочих порядков решетки (2) при $p=2$, $N=5$ в зависимости от величины периода для TE (левый график) и TM (правый график) поляризации

Таким образом, при высоте дифракционного микрорельефа в 3-4 раза больше, чем при работе с одной длиной волны (при разности разделяемых длин волн в 20-25%), скалярная теория применима с ошибкой 10-15% только при периодах порядка $50\lambda_0$ и более.

Как изменится работа цветоделительной решетки при освещении ее пучками с длинами волн, отличными от заложенных при расчете решетки? Для ответа на этот вопрос был проведен расчет интенсивности порядков в рамках скалярной и строгой электромагнитной теорий дифракции.

На рис. 5 приведены графики, демонстрирующие уменьшение интенсивностей рабочих порядков цветоделительной решетки при отклонении длин волн от расчетных значений. Графики на рис. 5а рассчитаны в рамках скалярной теории для решетки (2) при $p=1$, $N=4$. Графики показывают, что самым чувствительным порядком к изменению длины волны является +1-ый порядок. Интенсивность +1-го порядка уменьшается на 10% при изменении длины волны λ_{+1} в пределах $\pm 3-4\%$. Эту тенденцию подтверждает и электромагнитная теория. На рис. 5б, в приведены графики уменьшения интенсивностей рабочих порядков решетки (4), рассчитанные в рамках скалярной теории и электромагнитной теории для TE и TM поляризации при периоде $d=15\lambda_0$.

Расчет решеток в рамках электромагнитной теории

Для оценки оптимальности аналитического решения (2), (3) был проведен расчет цветоделительных решеток в рамках строгой электромагнитной теории с использованием градиентного метода.

Поскольку профиль решетки (2) состоит из N ступенек, то в качестве параметров оптимизации использовались координаты и высоты ступенек. В качестве критерия оптимизация была использована функция

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \left(I_j(\mathbf{x}; \lambda_i) - \delta(j-i) \right)^2, \quad (6)$$

представляющая отличие расчетных $I_j(\mathbf{x}, \lambda_i) \sim |T_j|^2$ и требуемых интенсивностей дифракционных порядков для длин волн (1).

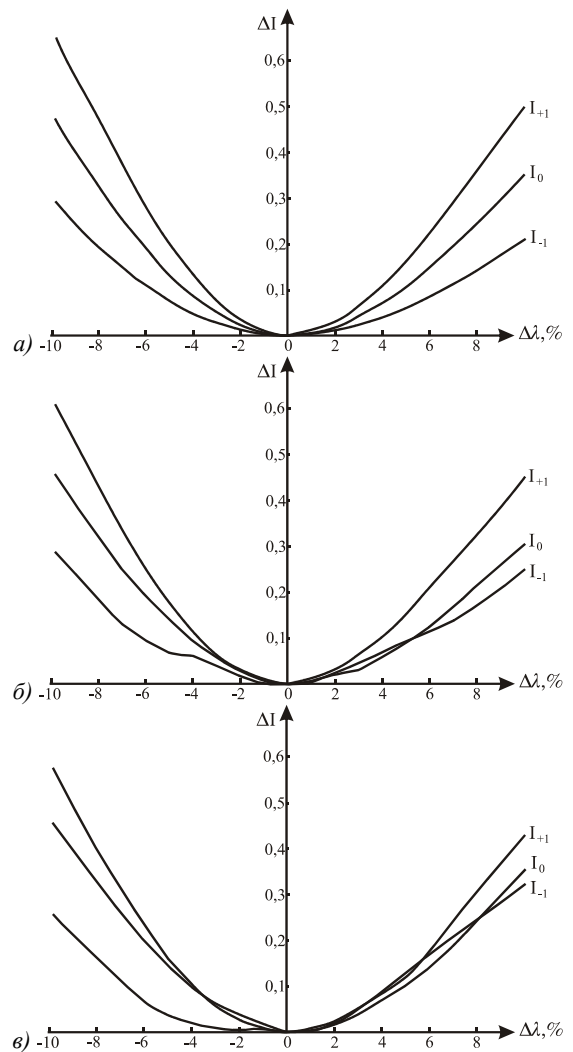


Рис. 5. Уменьшение интенсивностей порядков решетки при отклонении длин волн от расчетных значений: а) в рамках скалярной теории при $p=1$, $N=4$ б, в) в рамках электромагнитной теории при $p=1$, $N=4$, $d=15\lambda_0$ для TM и TE поляризации

Вектор $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_{N-1}, h_1, \dots, h_N)$ содержит набор параметров оптимизации, однозначно определяющих профиль решетки на периоде. Параметры $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{N-1} < d$ являются координатами N ступе-

нек профиля, а параметры $h_i \geq 0, i=1, \dots, N$ - высотами ступенек. Требуемые интенсивности порядков в (6) заданы функцией $\delta(j-i)$, равной 1 при $i=j$ и 0 в противном случае. Вид функции ошибки (6) был выбран не только из условия максимизации рабочих порядков 0, ± 1 для длин волн (1), но и из условия минимизации перекрестного влияния рабочих порядков для различных длин волн.

Градиентный метод минимизации функции ошибки (6) состоит в итерационной коррекции вектора параметров профиля по правилу

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n-1} - t \nabla \varepsilon(\mathbf{x}), \quad (7)$$

где $\nabla \varepsilon(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial \varepsilon(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{x})}{\partial h_N} \right)$ - градиент функции

ошибки (6). Расчет градиента проводился численно по разностным формулам.

На рис. 6 приведены расчетные графики интенсивностей порядков цветоделительных решеток для разделения длин волн $\lambda_{-1}=0,6875$ мкм, $\lambda_0=0,55$ мкм, $\lambda_{+1}=0,4583$ мкм ($p=1, N=5$), рассчитанных с помощью градиентного метода (6), (7).

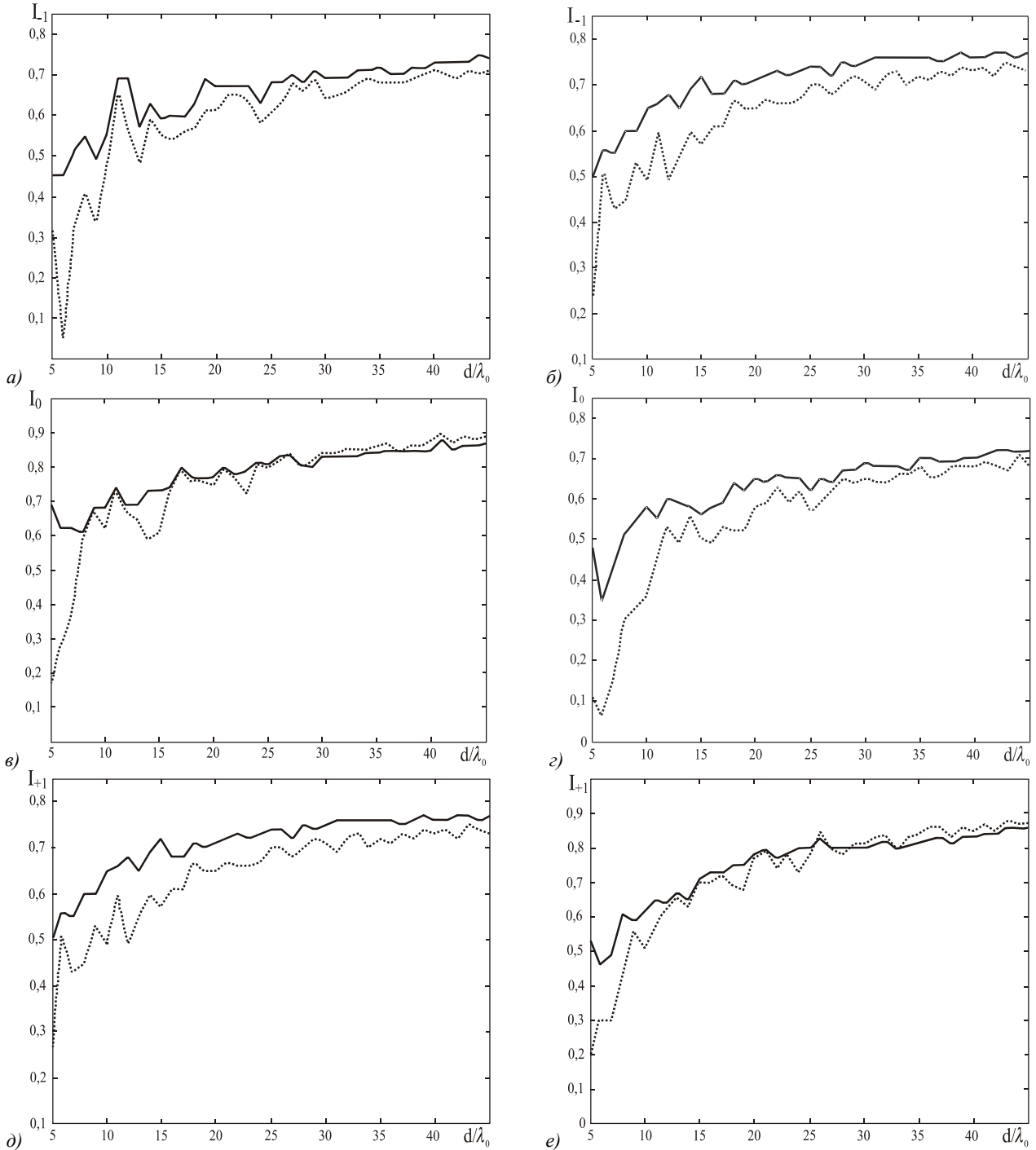


Рис. 6. Интенсивности рабочих порядков решеток, рассчитанных градиентным методом при $p=1, N=5$ в зависимости от величины периода для ТЕ (левые графики а, в, д) и ТМ поляризации (правые графики б, г, е)

В качестве начального приближения были использованы параметры профиля решетки (2). Графики интенсивностей приведены для различной величины периода от $5\lambda_0$ до $50\lambda_0$ при нормальном падении для ТЕ и ТМ поляризации. Пунктирными линиями показаны интенсивности порядков решетки (2), а непрерывными линиями - интенсивности порядков решетки после оптимизации. Пунктирные линии повторяют графики интенсивности на рис.3 и приведены для наглядности, разность между непрерывными и пунктирными линиями показывает увеличение интенсивности порядков, полученное за счет оптимизации профиля.

Графики на рис. 6 показывают, что градиентная оптимизация позволяет существенно увеличить интенсивность рабочих порядков (на 10-30%) только при малых периодах в $5-10\lambda_0$. С ростом периода до $50\lambda_0$ увеличение интенсивности ± 1 порядков падает до 1-3%, а интенсивность нулевого порядка даже снижается на 0,5-1,5%. Таким образом, аналитическое решение (2), (3) является близким к оптимальному при периодах порядка $40\lambda_0$ и более.

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих графики на рис. 6. На рис. 7 показаны профиль цветоделительной решетки (2), (3) (пунктирная линия) и профиль решетки, рассчитанной градиентным методом при периоде $d=10\lambda_0$ для ТМ-поляризации (непрерывная линия). Профиль, рассчитанный градиентным методом, получен при использовании аналитического профиля (пунктирная линия) в качестве начального приближения.

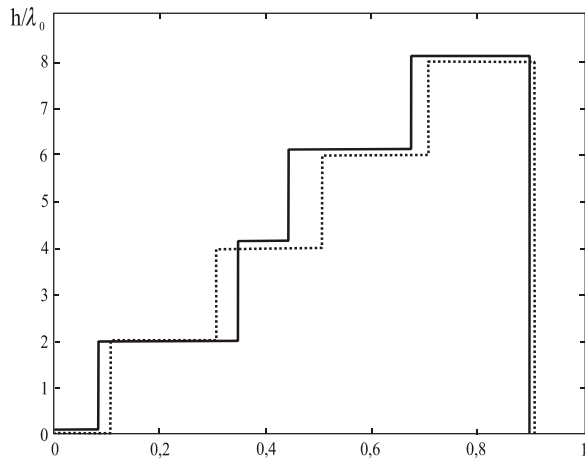


Рис. 7. Профиль цветоделительной решетки (2) при $p=1$, $N=5$ (пунктирная линия) и профиль решетки, рассчитанной градиентным методом при $d=10\lambda_0$ для ТМ-поляризации (непрерывная линия)

На рис. 8 символами «o», «*», «+», показаны интенсивности порядков решеток для рабочих длин волн. Для решетки (2), (3) интенсивности рабочих порядков $-1, 0, +1$ составляют 0,362; 0,5096; 0,4623; а для решетки, рассчитанной градиентным методом – 0,577; 0,612; 0,593.

На рис. 9, 10 приведены аналогичные результаты для решеток с периодом $d=20\lambda_0$. Интенсивности рабочих порядков $-1, 0, +1$ для решеток на рис. 9 составляют 0,580, 0,766, 0,650 и 0,648, 0,775, 0,719, соответ-

ственно. Сравнение рис. 8-10 показывает, что при периоде $d=10\lambda_0$, применение градиентного метода значительно эффективнее, чем при периоде $d=20\lambda_0$. При $d=10\lambda_0$ градиентный метод позволил увеличить интенсивность $-1, 0, +1$ порядков на 59%, 20% и 28%, соответственно. При $d=20\lambda_0$ рост интенсивности порядков составил уже только 11,7%, 1,2% и 11%.

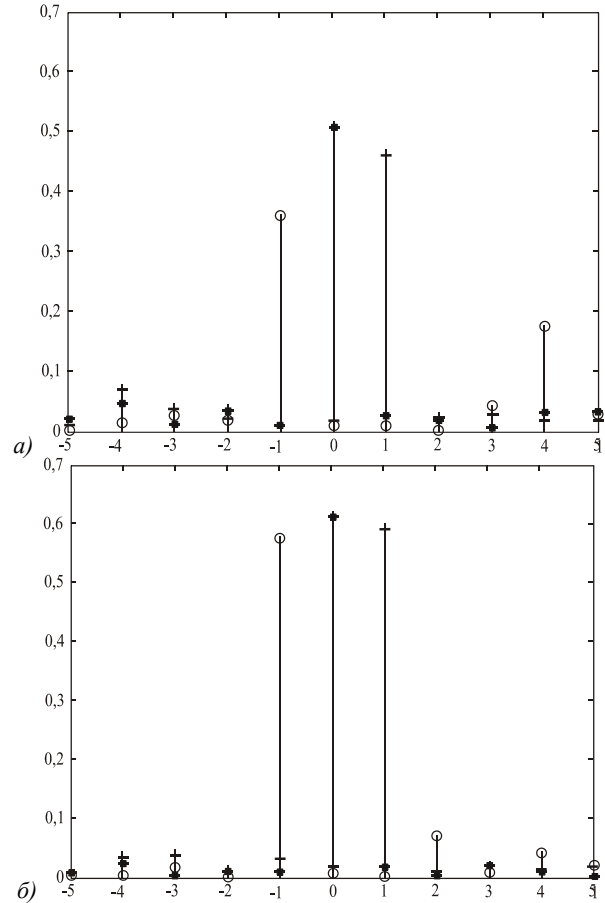


Рис. 8. Интенсивности порядков решеток на рис. 7 для рабочих длин волн ($^{\circ}$ - I_{-1} , * - I_0 , + - I_{+1}) а) для решетки (2), (3); б) для решетки, рассчитанной градиентным методом

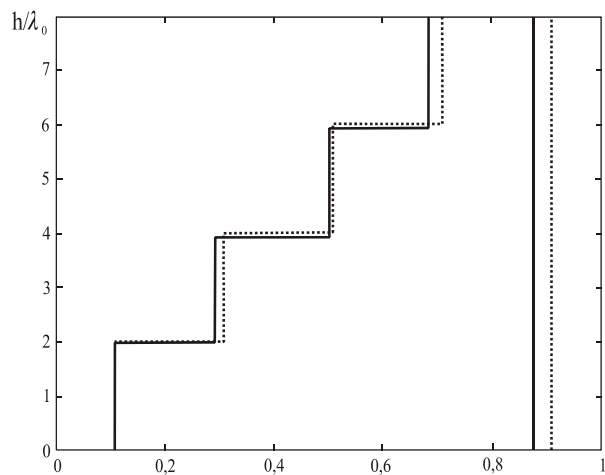


Рис. 9. Профиль цветоделительной решетки (2) при $p=1$, $N=5$ (пунктирная линия) и профиль решетки, рассчитанной градиентным методом при $d=20\lambda_0$ для ТМ-поляризации (непрерывная линия)

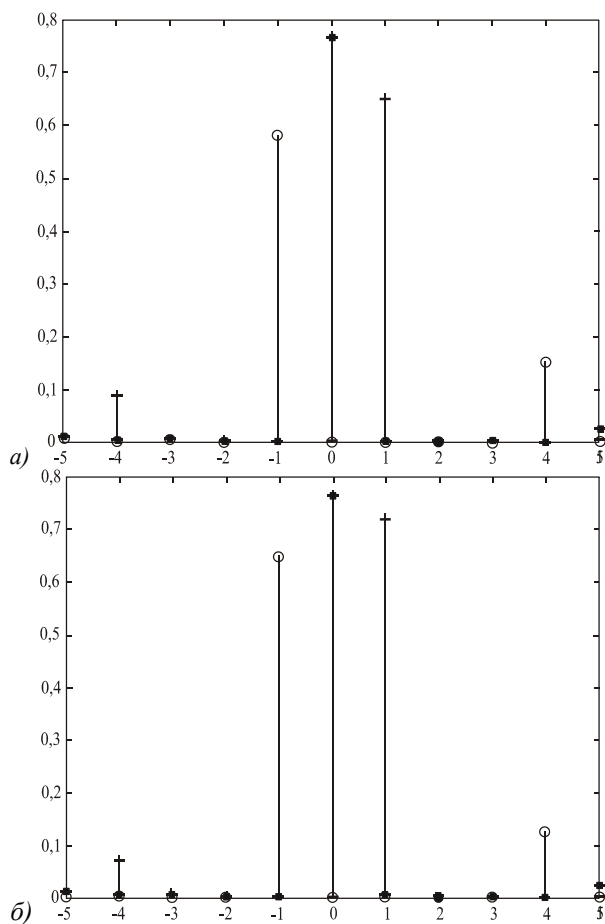


Рис. 10. Интенсивности порядков решеток на рис. 9 для рабочих длин волн ($^{\circ}$ - I_{-1} , * - I_0 , + - I_{+1}) а) для решетки (2), (3); б) для решетки, рассчитанной градиентным методом

Заключение

Исследована работа цветоделительных дифракционных решеток в рамках строгой электромагнитной теории. Оценены границы применимости скалярного приближения и приближения геометрической оптики, используемых при расчете цветоделительных решеток. Показано, что при разности разделяемых длин волн в 20-25%, ошибка скалярной теории составляет порядка 50% для малых периодов с размером 5-15 λ_0 . При увеличении периода до 50 λ_0 ошибка скалярной теории снижается до 10-15%.

Проведен расчет цветоделительных решеток в рамках строгой теории с использованием градиентного метода. Оценена степень оптимальности решений, получаемых в рамках скалярной теории. Показано, что при малых периодах в 10-20 λ_0 применение

градиентного метода эффективно и позволяет увеличить интенсивность рабочих порядков до 60-70%. При больших периодах в 30-50 λ_0 градиентная процедура не позволяет значительно улучшить аналитическое решение (2), (3).

Благодарность

Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ № МД-210.2003.01 и № НШ-1007.2003.1, гранта РФФИ № 04-01-96517 и российско-американской программы “Фундаментальные исследования и высшее образование” (BRHE).

Литература

1. Dammann H. Color separation gratings // *Applied Optics*. - 1978, Vol.17, № 15. - PP. 2273-2279.
2. Dammann H. Spectral characteristics of stepped-phase Gratings // *Optik*. - 1979, Vol.53. - PP. 409-417.
3. Farn M.W., Stern M.B. Color separation by use of binary optics // *Opt. Lett.* - 1993, Vol.18. - PP. 1214-1216.
4. Doskolovich L.L., Soifer V.A., Kazanskiy N.L., Perlo P., Repetto P. Design of DOEs for multiwavelength demultiplexing and spatial focusing // *Proc. of SPIE*, vol. 5485, pp.98-106, 2004.
5. Bengtsson J. Kinofoms designed to produce different fan-out patterns for two wavelengths // *Applied Optics*. - 1998, Vol.37, № 11. - PP. 2011-2020.
6. Levy U., Marom E., Mendlovich D. Simultaneous multicolor image formation with a single diffractive optical element // *Optics Letters*. - 2001, Vol.36, № 15. - PP. 1149-1151.
7. Tasso R. M. Sales, Daniel H. Raguin. Multiwavelength operation with thin diffractive elements // *Applied Optics*. - 1999, Vol.38, № 14. - PP. 3012-3016.
8. Doskolovich L.L., Repetto M. Design of DOEs for focusing different wavelengths // *Optical Memory and Neural Network*. 2000, Vol.9, №1. - PP.13-23.
9. Досколович Л.Л. Расчет дифракционных оптических элементов для фокусировки различных длин волн // *Автометрия*. 2000. Вып.3. С.99-108.
10. Досколович Л.Л. Расчет спектральных решеток // *Материалы Второй Байкальской школы по фундаментальной физике*. 1999. Т.1. С.287-290.
11. Peng S., Morris G.M. Efficient implementation of rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings // *J. Opt. Soc. Am. A*. - 1995. - Vol.12, №5. - PP. 1087-1096.
12. Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings // *J. Opt. Soc. Am. A*. - 1995. - Vol.12, №5. - PP. 1068-1076.
13. Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A., Gaylord T.K. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach // *J. Opt. Soc. Am. A*. - 1995. - Vol.12, №5. - PP. 1077-1086.