

РАСЧЕТ ТОНКИХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ДОО

Каганов Б.Л., Хонина С.Н.

Институт систем обработки изображения РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет

Введение

В данной работе рассматриваются фазовые дифракционные оптические элементы (ДОО), функционирующие при различных длинах волн освещающего пучка. Обычно ДОО изготавливаются для излучения определенной длины волны (высота микрорельефа строго связана с длиной волны излучения). Свет других длин волн, пройдя через ДОО, будет формировать искаженную картину. Необходимость использования монохроматического света ограничивает применение ДОО.

ДОО, функционирующие при различных длинах волн освещающего пучка, могли бы быть полезными во многих областях. Первоначально ДОО, рассчитанные на несколько длин волн, применялись для разделения цветов. Хорошо известный фильтр для разделения цветов впервые был предложен в [1]. Этот ДОО обладает глубиной рельефа много большей, чем 2π , и успешно разделяет различные цвета в дальней зоне дифракции по дифракционным порядкам $-1, 0, 1$. Также спектральные ДОО используются для распознавания закодированных по цветам изображений [2,3]. Таким образом, используя многоволновые ДОО, можно передавать больше информации или увеличить функциональную нагрузку в системах, где они используются.

В статье рассмотрен метод случайного поиска в применении к задаче расчета ДОО для формирования различных распределений интенсивности в дальней зоне.

Типы спектральных ДОО и методы их расчета

В данной работе рассматривается задача синтеза фазового ДОО с таким рельефом, чтобы световой пучок, пройдя через него, создал в дальней зоне дифракции заданное распределение интенсивности – различное для разных длин волн (рис. 1).

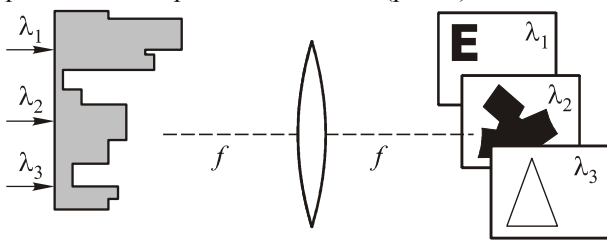


Рис. 1. Иллюстрация работы многоволнового фокусирующего ДОО. Чтобы рассчитать дифракционную картину, получающуюся от пучка света с определенной длиной волны, достаточно знать фазовую функцию или рельеф ДОО - функцию толщины в зависимости от координат, и коэффициент преломления материала. Они однозначно определяют оптические свойства ДОО

Есть несколько подходов к нахождению фазовой функции.

Основная идея расчета ДОО, функционирующего при различных длинах волн, заключается в том, чтобы работать с рельефом, глубина которого кратна различным длинам волн.

Допустим, нужно рассчитать ДОО для двух длин волн λ_1, λ_2 , обладающих кратностью такой, что $N_1\lambda_1 = N_2\lambda_2$, т.е., если фаза одной волны совершает N_1 периодических колебаний, то за это время фаза другой волны совершает N_2 колебаний. Можно увеличить высоту рельефа ДОО на такую величину, что волна с меньшей длиной проходит равное этой величине расстояние за время, кратное периоду колебания фазы. При этом расположение дифракционных максимумов для этой длины волны не изменяется, а изменяется только для другой длины волны, фаза которой за то же время не совершит полное колебание. Этот принцип рассматривается в работах [4-6]. Однако требования для производства ДОО с таким глубоким многоуровневым (не бинарным) рельефом часто трудно выполнимы.

Чтобы несколько уменьшить глубину рельефа спектральных ДОО можно рассмотреть их в режиме отражения. Однако это может значительно усложнить оптическую систему, использующую отражательный вместо пропускающего элемента.

В [7, 8] рассмотрен вариант широкополосного (многоволнового) ДОО, составленного из двух ДОО, установленных особым образом друг относительно друга. Эти элементы производятся из различных оптических материалов, что дает возможность использовать их различные показатели преломления и дисперсии. Комбинация двух состыкованных ДОО, за счет применения различных комбинаций материалов, может использоваться для исправления цветовых искажений, вносимых ДОО в широкополосных оптических системах [8]. Тем не менее, при всех достоинствах такой конструкции остается техническая сложность ее реализации, в частности, юстировка двух элементов относительно друг друга.

Наиболее простым по технологии изготовления и в эксплуатации является одинарный тонкий (набег фазы до 2π) фазовый ДОО. Для синтеза таких оптических элементов обычно используются итерационные алгоритмы [9-13].

В работах [9, 10] рассмотрен расчет ДОО, функционирующий для двух и трех длин волн, на основе метода оптимального угла поворота. В [9] также показано, что для работы в дальней зоне дифракции требуется увеличить глубину рельефа до нескольких 2π .

В работе [12] рассмотрен метод синтеза ДОО, который мог бы воссоздавать три различные световые картины при освещении его тремя различными длинами волн. Если эти цвета - красный, зеленый и синий, то достигается полноцветное воспроизведение. Метод использует модифицированный итера-

ционный алгоритм пинг-понга и метод оптимального угла поворота. Различные световые картины для каждого из трех цветов формируются в зоне дифракции Френеля.

Как правило, известные методы расчета спектральных ДОО требуют вычисления интегралов Кирхгофа (Френеля или Фурье) на каждой итерации. В то время, как для метода случайного поиска, использованного далее в статье, оценка критерия состоит в простом пересчете нескольких слагаемых. Данный факт, а также возможность рассчитывать «тонкие» многоволновые ДОО является обоснованием выбора метода.

Алгоритм прямого перебора

В данном алгоритме решается прямая задача дифракции. Для заданного рельефа рассчитывается световая картина, затем она оценивается по определенным критериям, и, в зависимости от близости получившейся картины к желаемой, изменяется рельеф ДОО. Алгоритм является итеративным, т.к. для достижения необходимой точности, как правило, нужно выпонить корректировку рельефа много раз.

Так как предполагается, что рассчитанный ДОО будет использоваться в дополнение к сферической линзе, то в алгоритме используется преобразование Фурье. В [13] был рассмотрен одномерный алгоритм для реализации этого метода.

Пусть на ДОО падает плоская световая волна с единичной амплитудой.

Интенсивности световых пятен на экране можно получить с помощью преобразования Фурье:

$$c_m = \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} \exp[i\Phi(x')] \exp(-i2\pi mx'/\Lambda) dx', \quad (1)$$

где Φ – фазовая функция, Λ – апертура, т.е. длина ДОО, c_m – комплексная амплитуда m -го максимума на экране, интенсивность которого $I_m = |c_m|^2$.

Введем функцию

$$g_m(x_k, x_{k-1}) = \exp(-i\pi m(x_k + x_{k-1})) \times (x_k - x_{k-1}) \text{sinc}(m(x_k - x_{k-1})) \quad (2)$$

На первой итерации рельеф ДОО выбирается случайным образом. Затем он постепенно меняется, участок за участком. Каждое изменение оценивается с той точки зрения, приблизило ли оно получаемую картину к требуемой, и если нет, то отменяется. Оценка качества рельефа производится по критериям, которые описываются ниже.

Описанный алгоритм хорош тем, что не надо при каждом изменении рельефа ДОО полностью пересчитывать интенсивности максимумов дифракционной картины c_m . Они могут быть найдены из имеющихся значений интенсивностей по формуле, полученной из (1). Это позволяет избежать вычислительных затрат.

При изменении задержки фазы на q -м пикселе с φ_q на φ_q' новое значение интенсивности можно вычислить по формуле:

$$c_m' = c_m + [\exp(i\varphi_q') - \exp(i\varphi_q)] g(x_q, x_{q-1}). \quad (3)$$

Новое значение фазы выбирается случайным образом из дискретного множества возможных значений.

При изменении правой границы q -го пикселя с x_q на x_q' новое значение интенсивности можно вычислить по формуле:

$$c_m' = c_m + [g_m(x_q', x_{q-1}) - g_m(x_q, x_{q-1})] \exp(i\varphi_q) + [g_m(x_{q+1}, x_q') - g_m(x_{q+1}, x_q)] \exp(i\varphi_{q+1}). \quad (4)$$

Новое значение положения границы выбирается случайным образом из интервала (0;1), так, чтобы расстояние между границами не превысило заданной величины Δx_{\min} . В том случае, если выбранное число из интервала ближе к одной из границ, чем Δx_{\min} , т.е. ширина данного пикселя меньше Δx_{\min} , то его правая граница сдвигается так, что ширина пикселя становится нулевой, т.е. фактически этот пиксель не рассматривается при расчете ДОО. Таким образом, можно менять не только границы пикселей, но и их количество в рельефе. Чтобы его увеличить, выбирается один из пикселей с нулевой шириной, и его ширина увеличивается.

Чтобы решить задачу нахождения рельефа ДОО для светового пучка с несколькими длинами волн, применяется следующий метод. Выбирается длина волны расчета λ_D – длина волны, относительно которой рассчитывается рельеф ДОО Φ_D . Фазовую функцию ДОО для длин волн λ в освещающем пучке в зависимости от длины волны расчета и коэффициента преломления, можно найти по формуле:

$$\Phi(\lambda) = \frac{\lambda_D}{\lambda} \frac{n(\lambda) - 1}{n(\lambda_D) - 1} \Phi_D. \quad (5)$$

Затем $\Phi(\lambda)$ подставляется в преобразование Фурье, а найденные интенсивности используются для оценки рельефа с помощью меры. В работе использовалась мера следующего вида:

$$\mu = \sum_{p=1}^L w_p \frac{\sum_{m \in M_p} (I_m^p - I_m^{p0})^2}{\sum_{m \in M_p} I_m^p}. \quad (6)$$

Здесь I_m^p – отсчеты, составляющие текущую картину, а I_m^{p0} – требуемую для p -й длины волны, w_p – вес (важность) различных длин волн в картине.

Степень пригодности текущего решения оценивается по двум критериям – эффективности η и среднеквадратичному отклонению σ :

$$\eta_p = \sum_{m \in M_p} I_m, \quad (7)$$

$$\sigma_p = \sum_{m \in M_p} (I_m^p - I_m^{p0})^2. \quad (8)$$

Итерационный процесс продолжается, пока значение меры не достигнет достаточно малого, заранее принятого значения. Однако нельзя предсказать, будет ли алгоритм для конкретной задачи сходиться к приемлемому решению (удовлетворяющему заданным требованиям по эффективности и отклонению). Таким образом для алгоритма существует проблема сходимости.

3. Алгоритм расчета двумерного ДОЭ.

В данном разделе рассмотрено двумерное обобщение описанного выше алгоритма. В данном случае этап изменения размеров пиксела случайным образом более сложен. Он включает случайный выбор набора изменяемых координат из трех возможных: только первая координата, только вторая или обе. Затем координатам из набора присваиваются новые случайные значения, и интенсивность пересчитывается по приведенным ниже формулам.

Комплексная амплитуда максимума (m , n) определяется по формуле:

$$c_{mn} = \frac{1}{\Lambda_1 \Lambda_2} \int_0^{\Lambda_2} \int_0^{\Lambda_1} \exp(i\phi(x, y)) \times \exp(-2\pi imx / \Lambda_1) \exp(-2\pi iny / \Lambda_2) dx dy. \quad (9)$$

Далее приведены выражения, используемые при изменении фазового рельефа. При изменении задержки фазы на q -м пикселе с $\phi_{q,p}$ на $\phi'_{q,p}$ новое значение интенсивности определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} c'_{mn} &= c_{mn} - \exp(i\phi_{q,p}) g_m(x_q, x_{q-1}) g_n(y_p, y_{p-1}) \\ &+ \exp(i\phi'_{q,p}) g_m(x_q, x_{q-1}) g_n(y_p, y_{p-1}) = \\ &= c_{mn} + g_m(x_q, x_{q-1}) g_n(y_p, y_{p-1}) \times \\ &\times (\exp(i\phi'_{q,p}) - \exp(i\phi_{q,p})) \end{aligned} \quad (10)$$

При изменении правой границы q -го пикселя по 1-й координате с x_q на x'_q новое значение интенсивности вычисляются по формуле:

$$\begin{aligned} c'_{mn} &= c_{mn} - \sum_{l=1}^M \exp(i\phi_{q,l}) g_m(x_q, x_{q-1}) \times \\ &\times g_n(y_l, y_{l-1}) - \\ &- \sum_{l=1}^M \exp(i\phi_{q+1,l}) g_m(x_{q+1}, x_q) g_n(y_l, y_{l-1}) + \\ &+ \sum_{l=1}^M \exp(i\phi_{q,l}) g_m(x'_q, x_{q-1}) g_n(y_l, y_{l-1}) + \\ &+ \sum_{l=1}^M \exp(i\phi_{q+1,l}) g_m(x_{q+1}, x'_q) g_n(y_l, y_{l-1}) = \\ &= \sum_{l=1}^M g_n(y_l, y_{l-1}) (\exp(i\phi_{q,l}) (g_m(x'_q, x_{q-1}) - \\ &g_m(x_q, x_{q-1})) + \exp(i\phi_{q+1,l}) (g_m(x_{q+1}, x'_q) \\ &- g_m(x_{q+1}, x_q))) \end{aligned} \quad (11)$$

Аналогичная формула применяется при изменении правой границы какого-либо пикселя по второй координате.

Описанный алгоритм был программно реализован и протестирован на различных примерах, которые приведены в следующем разделе.

Результаты расчета многоволновых тонких ДОЭ.

Были проведены расчеты одномерных и двумерных двух- и трех-волновых ДОЭ. Результаты расчетов и моделирования можно видеть на приведенных рисунках, где показан вид фазы, заданные и полученные картины дифракции для соответствующих длин волн лазерного излучения. Также приведены оценки качества рассчитанных ДОЭ – эффективность и среднеквадратичное отклонение.

На рис. 2 приведены результаты расчета для одномерного двух-волнового ДОЭ с задействованными порядками дифракции с -7 по 7 . Для наглядности заданные и полученные картины дифракции приведены в виде полутоновых картин и в виде диаграммы. На рис. 3–6 приведены примеры расчета двумерных ДОЭ.

Как видно из приведенных результатов требуется провести довольно большое количество итераций (от нескольких до десятков тысяч), чтобы получить приемлемые ($<10\%$) значения среднеквадратичного отклонения получаемых картин дифракции от заданных. Хотя для более сложных случаев (трех-волновой ДОЭ) ошибка для одной из длин волн может быть слишком большой, и картина становится «не узнаваемой». Значения эффективности также зависят от сложности ДОЭ.

Заключение.

Достоинством рассмотренного алгоритма является возможность расчета многоволнового ДОЭ для произвольного набора длин волн и произвольной дифракционной картины, без таких ограничений, как кратность используемых длин волн, поэтому для достижения цели необязательно создавать глубокий рельеф ДОЭ.

Однако проблема сходимости для данного алгоритма не решена, и в зависимости от сложности поставленной задачи поиск приемлемого решения может потребовать существенных временных затрат.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF REC-SA-014-02), гранта Президента РФ НШ-1007.2003.01, гранта РФФИ 05-01-96505.

Литература

1. H. Dammann. Color separation gratings // Applied Optics, v.17, no. 15, p. 2273–2279 (1978).
2. S. K. Case. Pattern recognition with wavelength-multiplexed filters // Applied Optics, v. 18, no. 12, p. 1890–1894 (1979).

3. G.-G. Mu, D.-Q. Cheng, Zh.-Q. Wang. Color-image correlation with a multiwavelength Fresnel holographic filter // Optics Letters, v. 13, no. 6, p. 434-436 (1988).
4. J. E. Ford. Wavelength-selective planar holograms // Optics Letters, v. 18, no. 1, p. 80-82 (1996).
5. Л.Л. Досколович, О.И. Петрова. Расчет спектральных ДОЭ // Компьютерная оптика, вып. 19, с.29-32 (1999).
6. Л.Л. Досколович. Расчет спектральных решеток // Компьютерная оптика, вып. 21, с.7-8 (2001).
7. Y. Arieli, S. Noach, S. Ozeri, N. Eisenberg. Design of diffractive optical elements for multiple wavelengths // Applied Optics, v. 26, p. 6174-6177 (1998).
8. Y. Arieli, S. Ozeri, N. Eisenberg. Design of a diffractive optical element for wide spectral bandwidth // Optics Letters, v. 23, no. 11, p. 823-824 (1998).
9. J. Bengtsson. Kinoforms designed to produce different fan-out patterns for two wavelengths // Applied Optics, v. 37, no. 11, p. 2011-2020 (1998).
10. J. Bengtsson. Design of fan-out kinoforms in the entire scalar diffraction regime with an optimal-rotation-angle method // Applied Optics, v. 36, no. 32, p. 8435-8444 (1997).
11. B.-Z. Dong, G.-Q. Zhang, et al. Design and fabrication of a diffractive phase element for wavelength demultiplexing and spatial focusing simultaneously // Applied Optics, v. 35, no. 35, p. 6859-6864 (1996).
12. U. Levy, E. Marom, and D. Mendlovic. Simultaneous multi-color image formation with a single diffractive optical element. // Optics Letters, v. 26, no. 15, p. 1149-1151 (2001).
13. T. R. M. Sales and D. H. Raguin. Multiwavelength operation with thin diffractive elements // Applied Optics, v. 38, no. 14, p. 3012-3018 (1999).

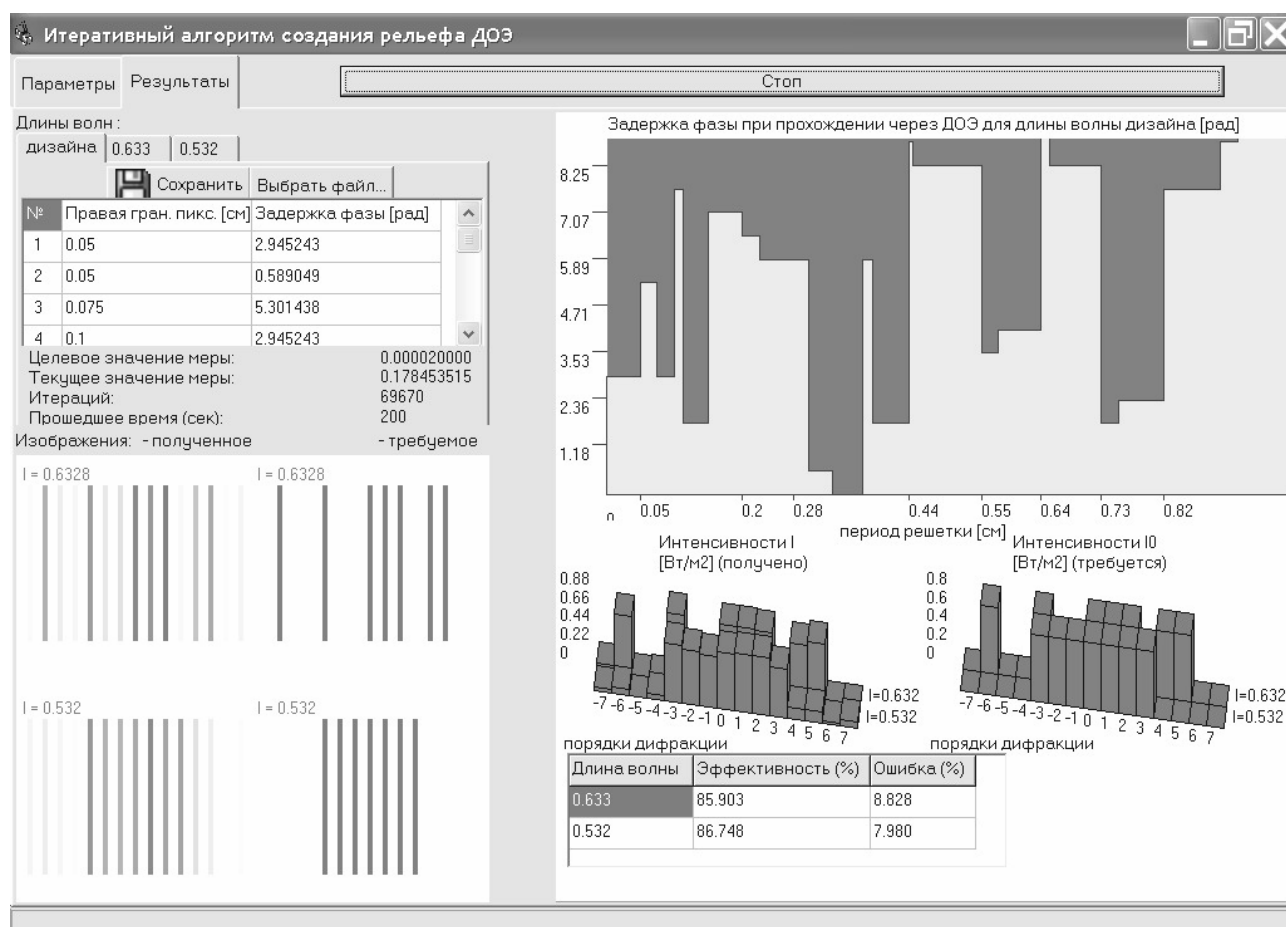


Рис. 2. Расчет одномерного ДОЭ для длин волн 633 нм и 532 нм

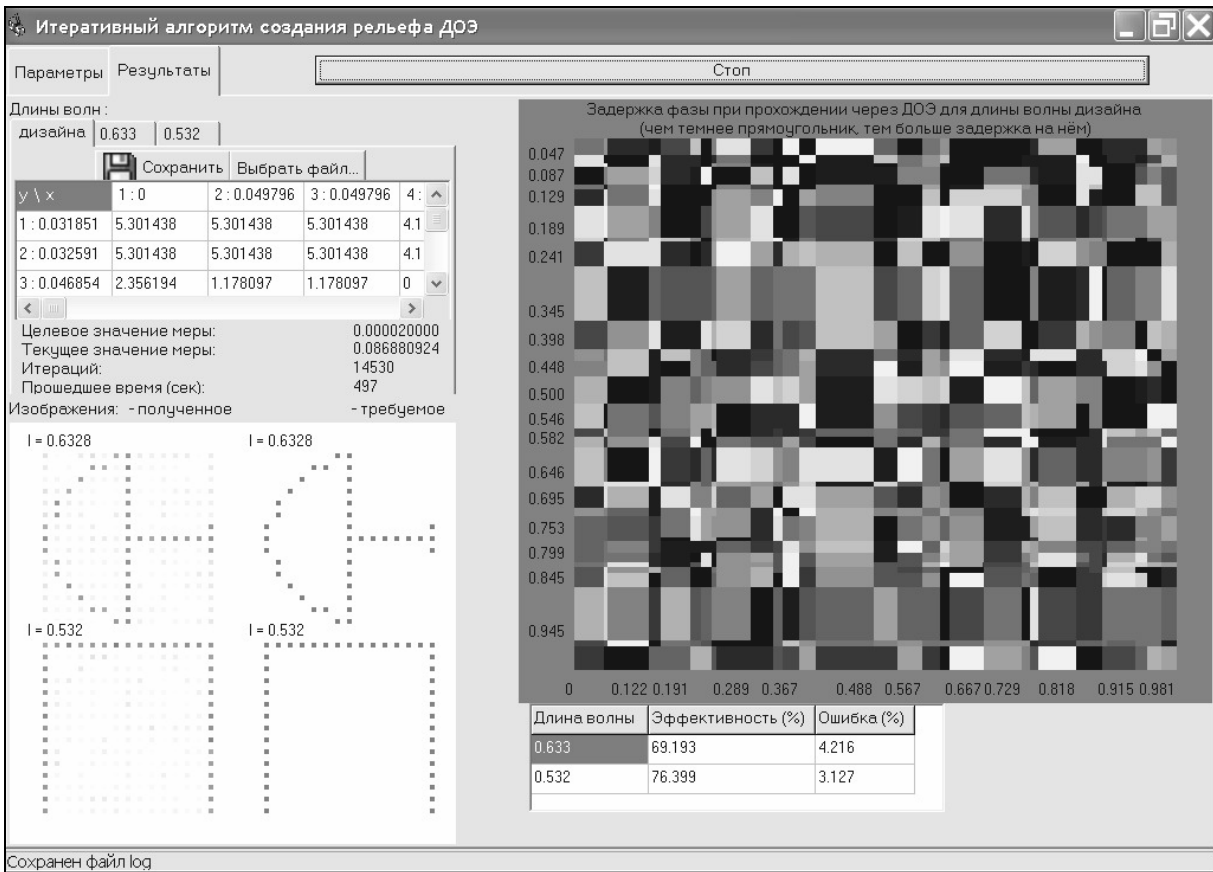


Рис. 3. Расчет двумерного ДОЭ для длин волн 633 нм и 532 нм

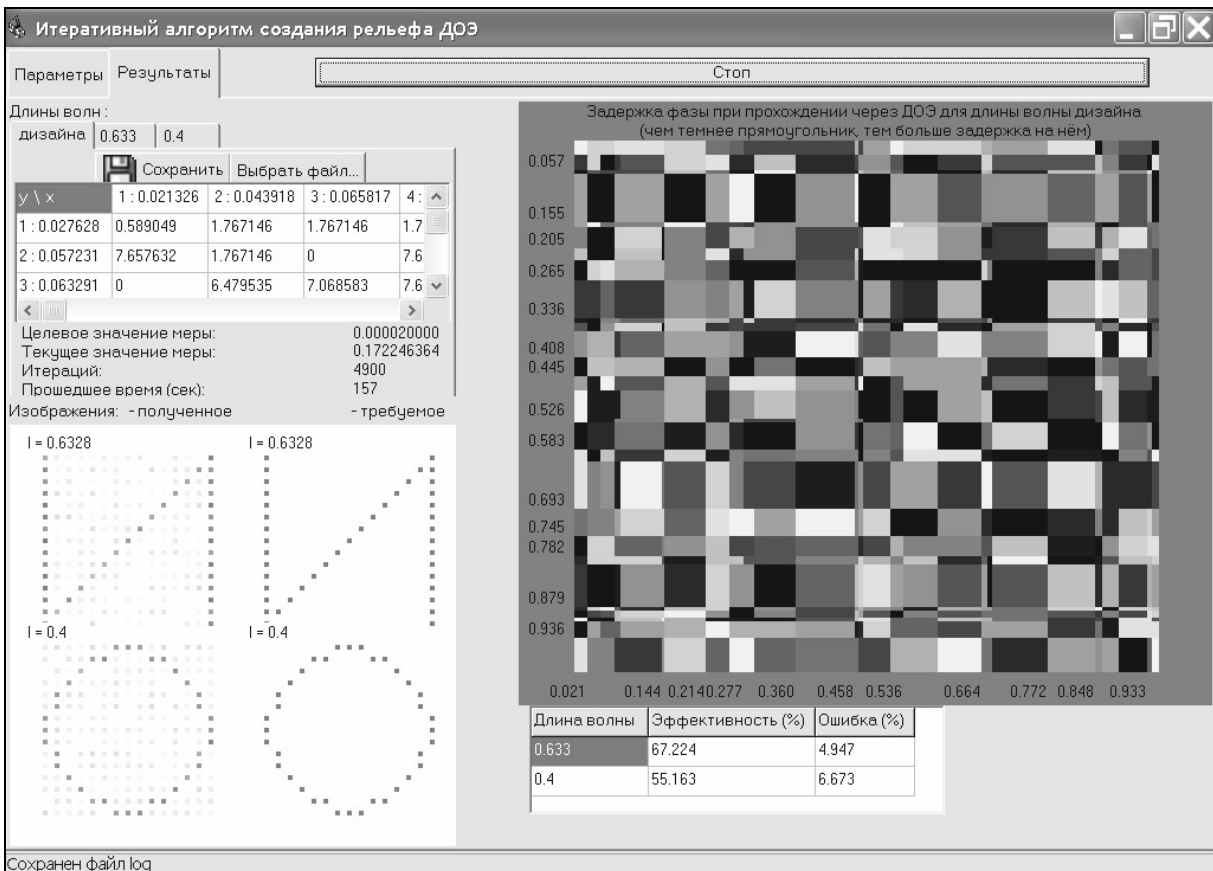


Рис. 4. Расчет двумерного ДОЭ для длин волн 633 нм и 400 нм

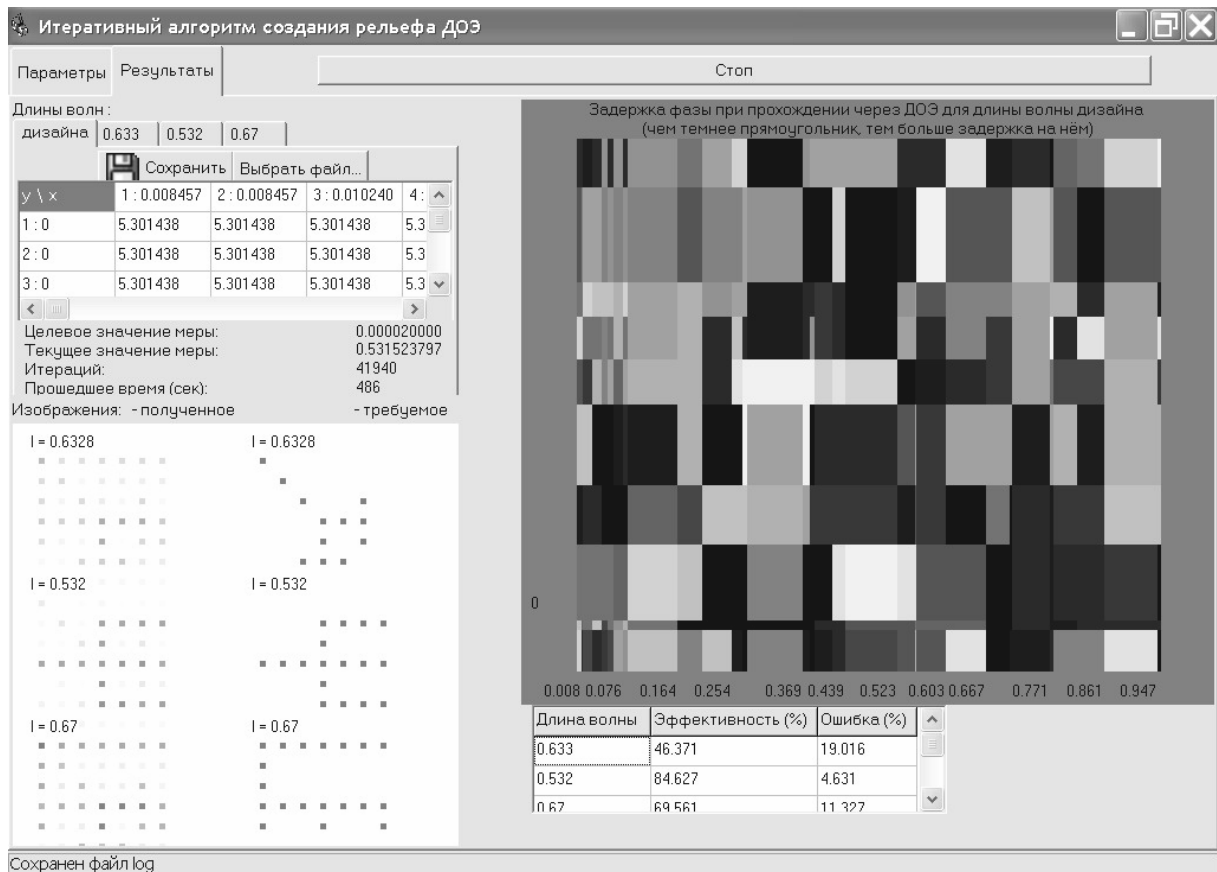


Рис. 5. Расчет двумерного ДОЭ для длин волн 633 нм, 532 нм и 670 нм

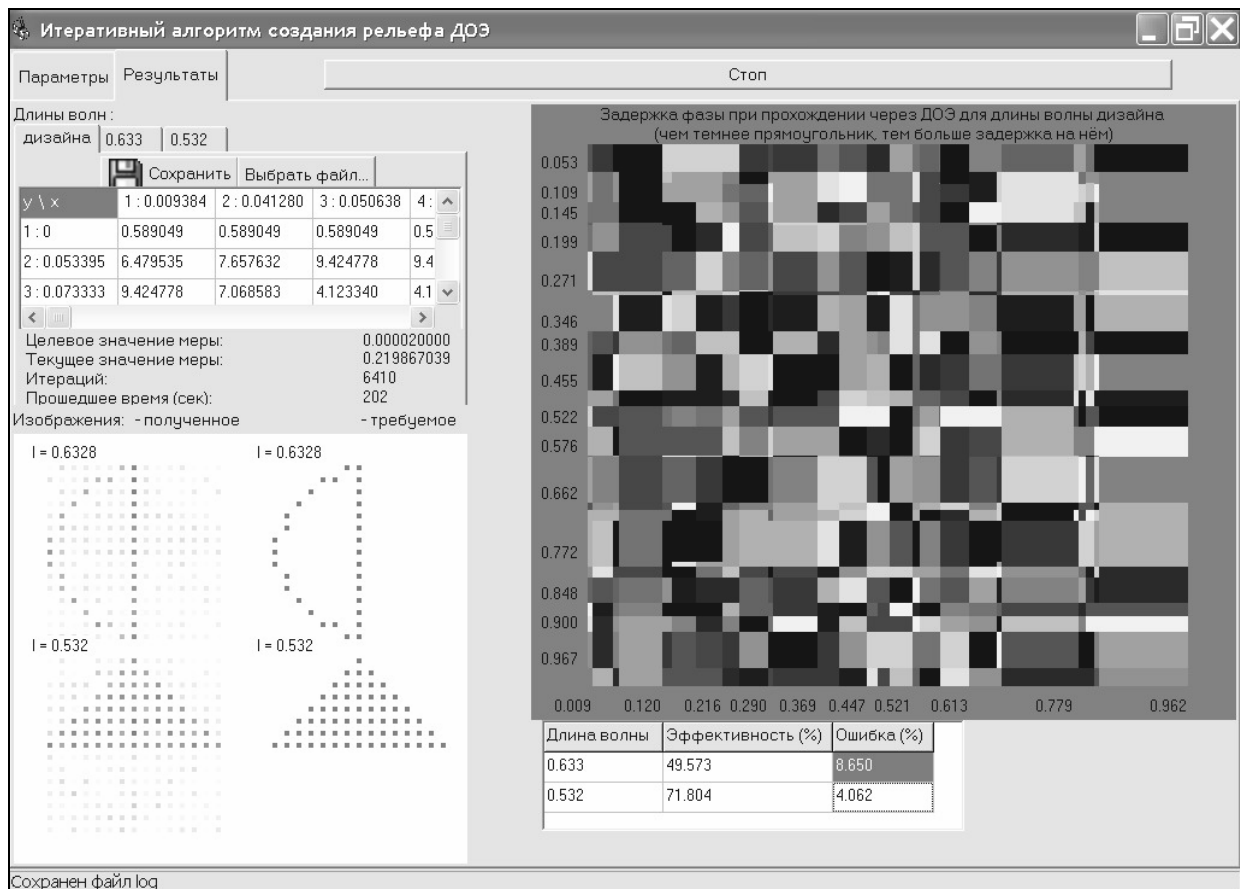


Рис. 6. Расчет двумерного ДОЭ для длин волн 633 нм и 532 нм