

РАСЧЕТ СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ НЕПАРАКСИАЛЬНОГО ГАУССОВА ПУЧКА НА ОДНОРОДНЫЙ ЦИЛИНДР С КРУГЛЫМ СЕЧЕНИЕМ

Котляр В.В., Налимов А.Г.

Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет

Аннотация

Рассмотрены силы, действующие со стороны на диэлектрический бесконечно протяженный цилиндр с произвольным и круглым сечением. Получены аналитические выражения для проекции вектора силы давления света на цилиндр с произвольным и круглым сечением. В частности, получены выражения для силы давления через коэффициенты разложения непараксиального гауссова пучка по цилиндрическим функциям. На численных примерах показан оптический «захват» цилиндра с круглым сечением двумя встречными или одним непараксиальным гауссовыми пучками.

Введение

Дифракция электромагнитной волны на однородной сфере может быть проанализирована в рамках теории Ми. Обобщение теории Лоренца - Ми на случай дифракции гауссова пучка и пучка произвольной формы рассмотрено в [1-3] и [4] соответственно. Строгий электромагнитный расчет силы давления на сферическую микрочастицу со стороны гауссова пучка с непараксиальностью 5-го порядка рассмотрен в [3, 5, 6]. При этом гауссовый пучок имел радиус перетяжки много больше, чем длина волны света. Более «острую» фокусировку гауссова пучка можно осуществить с помощью сферической линзы с высокой числовой апертурой, обладающей абберациями. Расчету сил давления света на сферическую частицу, расположенную в фокусе линзы с абберациями, посвящены работы [7, 8]. Однако расчет в [7, 8] был осуществлен для рэлеевских частиц, то есть с использованием теории рассеяния 2-го порядка. В [9, 10] рассмотрен строгий расчет сил, действующих на сферическую частицу произвольного радиуса, расположенную в фокусе сходящегося пучка со сферической абберацией. Однако действие силы давления света рассмотрено только вдоль оптической оси. В [11, 12] проведено моделирование и строго рассчитаны силы, действующие на сферическую частицу, расположенную в фокусе сходящейся сферической волн. В [13, 14] приведено теоретическое и численное сравнение 3-х методов расчета силы давления света: геометрооптического, в приближении Рэля и строгого. Аналитические выражения для силы давления света на сферическую частицу с керровской нелинейностью, расположенную в фокусе гауссова пучка, получены в [15]. В [16] рассмотрена передача углового момента от плоской электромагнитной волны с круговой поляризацией сферической частице. В [17, 18] приведены аналитические формулы для расчета полей дифракции непараксиального 2D гауссова пучка на круглый диэлектрический цилиндр.

В данной работе приведены аналитические выражения, и проведено численное моделирование для расчета сил давления света на диэлектрический цилиндр с круглым сечением, расположенный вблизи фокуса двумерного непараксиального гауссова пучка.

1. Сила давления света на микробъект

В [19] приведена формула, выражающая сохранения полного импульса системы электромагнитного поля плюс объект V , ограниченный поверхностью S :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_1} P_i dV + \frac{\partial}{\partial t} P_{0i} = - \oint_{S_1} \sigma_{ik} n_k dS, \quad (1)$$

где P_i – координаты вектора импульса электромагнитного поля (V_1 и S_1 – объем и ограничивающая его поверхность, который включает объект $V \in V_1$), связанного с вектором Умова-Пойнтинга соотношением:

$$\vec{P} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \frac{1}{4\pi c} [\vec{E} \times \vec{H}], \quad (2)$$

P_{0i} – координаты вектора импульса объекта, $\frac{\partial P_{0i}}{\partial t}$ – координаты вектора силы давления света на объект;

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon_1 |\vec{E}|^2 + |\vec{H}|^2}{2} \delta_{ik} - \varepsilon_1 E_i E_k - H_i H_k \right); \quad (3)$$

σ_{ik} – максвелловский тензор напряжений электромагнитного поля ($\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$); \vec{E} , \vec{H} – векторы напряженностей электрического и магнитных полей в вакууме, ε_1 – диэлектрическая проницаемость среды.

После усреднения по времени за период $T = \frac{2\pi}{\omega}$ монохроматического света:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{x}, t) &= \text{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{x}) e^{i\omega t} \right\}, \\ \vec{H}(\vec{x}, t) &= \text{Re} \left\{ \vec{H}(\vec{x}) e^{i\omega t} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

вместо уравнения (1) получим:

$$F_i = \left\langle \frac{\partial P_{0i}}{\partial t} \right\rangle = - \oint \langle \sigma_{ik} \rangle n_k dS, \quad (5)$$

так как

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial t} \int_V P_i dV \right\rangle = \int_V \left\langle \frac{\partial}{\partial t} P_i \right\rangle dV = 0. \quad (6)$$

Для получения выражения для усредненного по времени тензора напряжений (3) учтем, что

$$\begin{aligned} & \left\langle \operatorname{Re}(E_i(\vec{x})e^{i\omega t}) \operatorname{Re}(E_j(\vec{x})e^{i\omega t}) \right\rangle = \\ & = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[E_i(\vec{x})E_j^*(\vec{x})]. \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда, вместо (5), получим:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{1}{8\pi} \oint_S \left\{ \frac{1}{2} [\varepsilon_1 |E_x|^2 + |H_x|^2 - \varepsilon_1 |E_y|^2 - \right. \\ & \left. - |H_y|^2 - \varepsilon_1 |E_z|^2 - |H_z|^2] dS_x + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 E_x E_y^* + H_x H_y^*) dS_y + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 E_x E_z^* + H_x H_z^*) dS_z \right\}, \\ F_y &= \frac{1}{8\pi} \oint_S \left\{ \frac{1}{2} [\varepsilon_1 |E_y|^2 + |H_y|^2 - \varepsilon_1 |E_x|^2 - \right. \\ & \left. - |H_x|^2 - \varepsilon_1 |E_z|^2 - |H_z|^2] dS_y + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 E_y E_x^* + H_y H_x^*) dS_x + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 E_y E_z^* + H_y H_z^*) dS_z \right\}, \\ F_z &= \frac{1}{8\pi} \oint_S \left\{ \frac{1}{2} [\varepsilon_1 |E_z|^2 + |H_z|^2 - \varepsilon_1 |E_x|^2 - \right. \\ & \left. - |H_x|^2 - \varepsilon_1 |E_y|^2 - |H_y|^2] dS_z + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 E_z E_x^* + H_z H_x^*) dS_x + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 E_z E_y^* + H_z H_y^*) dS_y \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $dS_x = -\frac{\partial z}{\partial x} dx dy$, $dS_y = \frac{\partial z}{\partial y} dx dy$, $dS_z = dx dy$,

$E_1 = E_x$, $E_2 = E_y$, $E_3 = E_z$ (для H_i и F_i аналогично).

Перепишем выражения (8) для силы давления света на микрообъект в 2D случае в системе СИ. Для ТЕ-поляризации ($H_x = E_y = E_z = 0$) электрическое поле направлено вдоль оси X : $E_x \neq 0$, Z – оптическая ось, 2D-объект имеет вид цилиндра с произвольной формой сечения и имеет бесконечную протяженность вдоль оси X . Плоскость YOZ – плоскость падения света. В этом случае соотношение (8) примет вид:

$$\begin{aligned} F_x &= 0 \\ F_y &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \oint_{S_1} \left\{ \frac{1}{2} [|H_y|^2 - \varepsilon_1 |E_x|^2 - |H_z|^2] dS_y + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(H_y H_z^*) dS_z \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \oint_{S_1} \left\{ \frac{1}{2} [|H_z|^2 - \varepsilon_1 |E_x|^2 - |H_y|^2] dS_z + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(H_z H_y^*) dS_y \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

здесь S_1 уже контур, охватывающий сечение объекта в плоскости YOZ . Сила F_z – направлена вдоль оптической оси и является аналогом рассеивающей силы для рэлеевских частиц [7], а F_y – направлена поперек оптической оси и является аналогом градиентной силы [7].

Связь между проекциями H_y , H_z и E_x следует из уравнений Максвелла:

$$H_y = -\frac{i}{k} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad H_z = \frac{i}{k} \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad (11)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число света с длиной волны λ . Аналогично (9) и (10) сила давления света с ТМ-поляризацией на 2D объект будет иметь следующие проекции ($E_x = H_y = H_z = 0$):

$$\begin{aligned} F_x &= 0 \\ F_y &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \oint_{S_1} \left\{ \frac{1}{2} [\varepsilon_1 |E_y|^2 - \varepsilon_1 |E_z|^2 - |H_x|^2] dS_y + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 E_y E_z^*) dS_z \right\}, \\ F_z &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \oint_{S_1} \left\{ \frac{1}{2} [\varepsilon_1 |E_z|^2 - \varepsilon_1 |E_y|^2 - |H_x|^2] dS_z + \right. \\ & \left. + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 E_z E_y^*) dS_y \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

где (как и в уравнениях (9) и (10)) $dS_y = n_y dl = \sin \varphi dl = dz$ и $dS_z = n_z dl = \cos \varphi dl = dy$, dl – элемент дуги контура S_1 .

2. Дифракция непараксиального гауссова пучка на 2D круглом однородном цилиндре

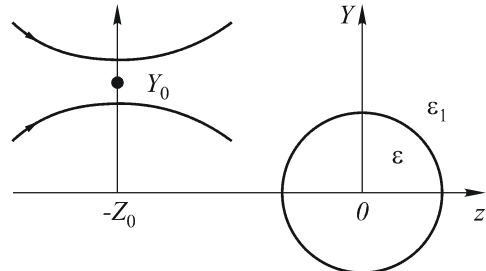


Рис. 1. Схема падения гауссова пучка с фокусом в точке $(-Z_0, Y_0)$ на круглый цилиндр с центром в точке $(0;0)$

Следуя [18], рассмотрим дифракцию 2D непараксиального гауссова пучка на круглом однородном цилиндре (рис. 1). Для случая ТЕ-поляризации, когда (E_x, H_y, H_z) – отличны от нуля, напряженность электрического поля для непараксиального гауссова пучка можно записать в виде:

$$E_x(\rho, \varphi) = \frac{E_0 \omega_0 \sqrt{\pi}}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{k^2 \omega_0^2 q^2}{4} + ik(z_0 p - y_0 q) + ikr \cos(\varphi - \gamma) \right] dq; \quad (13)$$

где $\gamma = \arcsin q$, $p^2 + q^2 = 1$, $p = \cos \gamma$, $q = \sin \gamma$.

Так как:

$$\exp[ikr \cos(\varphi - \gamma)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(kr) e^{in(\varphi - \gamma)}, \quad (14)$$

то получим разложение (13) в ряд по цилиндрическим гармоникам:

$$E_x(\rho, \varphi) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n C_n J_n(kr) e^{in\varphi}, \quad (15)$$

$$C_n = \frac{\omega_0 \sqrt{\pi}}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{k^2 \omega_0^2 q^2}{4} + ik\sqrt{1-q^2} z_0 - ikq y_0 - in \arcsin q \right] dq. \quad (16)$$

Из уравнений Максвелла можно далее рассчитать напряженности магнитного поля:

$$\begin{cases} H_y = -\frac{i}{\omega \mu} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \\ H_z = \frac{i}{\omega \mu} \frac{\partial E_x}{\partial y}. \end{cases} \quad (17)$$

Перейдем к проекциям поля в полярных координатах:

$$\begin{cases} H_r = H_z \cos \varphi + H_y \sin \varphi, \\ H_\varphi = -H_z \sin \varphi + H_y \cos \varphi. \end{cases} \quad (18)$$

Тогда для проекций магнитного поля получим:

$$H_\varphi(r, \varphi) = iH_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n C_n J'_n(kr) e^{in\varphi}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} J'_n(kr) &= \frac{d}{d(kr)} J_n(kr), \\ H_0 &= \frac{kE_0}{\mu\omega}, \\ H_r(r, \varphi) &= H_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n n C_n \frac{J_n(kr)}{kr} e^{in\varphi}. \end{aligned} \quad (20)$$

Аналогично запишем разложения рассеянного \vec{E}^S , \vec{H}^S и внутреннего \vec{E}^ω , \vec{H}^ω электромагнитных полей по цилиндрическим функциям:

$$\begin{cases} E_x^\omega = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n C_n^\omega J_n(k_1 r) e^{in\varphi}, \\ H_\varphi^\omega = iH_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n C_n^\omega J'_n(k_1 r) e^{in\varphi}, \\ H_r^\omega = H_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} n i^n C_n^\omega \frac{J_n(k_1 r)}{k_1 r} e^{in\varphi}, \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} E_x^S = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n C_n^S H_n^{(1)}(kr) e^{in\varphi}, \\ H_\varphi^S = iH_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n C_n^S H_n^{\prime(1)}(kr) e^{in\varphi}, \\ H_r^S = H_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} n i^n C_n^S \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} e^{in\varphi}, \end{cases} \quad (22)$$

где $H_1 = \frac{E_0 k_1}{\mu\omega}$, $k_1 = k\sqrt{\varepsilon}$, ε – диэлектрическая проницаемость цилиндра. Граничные условия непрерывности тангенциальных составляющих поля на границе цилиндра имеют вид:

$$\begin{cases} E_x + E_x^S - E_x^\omega = 0, \\ H_\varphi + H_\varphi^S - H_\varphi^\omega = 0. \end{cases} \quad (23)$$

Подставляя в (23) выражение для полей (21), (22), а также (15), (19) и (20), получим систему для двух неизвестных из двух уравнений, из которой следует выражения для коэффициентов разложения в рядах (21) и (22):

$$C_n^S = a_n C_n^S, \quad C_n^\omega = b_n C_n, \quad (24)$$

$$a_n = \frac{(k_1 J'_n(k_1 R) J_n(kR) - k J_n(k_1 R) J'_n(kR)) / (k_1 J'_n(k_1 R) H_n^{(1)}(kR) - k J_n(k_1 R) H_n^{\prime(1)}(kR))}{}, \quad (25)$$

$$b_n = \frac{(k J_n(kR) H_n^{\prime(1)}(kR) - k J'_n(kR) H_n^{(1)}(kR)) / (k_1 J'_n(k_1 R) H_n^{(1)}(kR) - k J_n(k_1 R) H_n^{\prime(1)}(kR))}. \quad (26)$$

Так как в уравнениях (25) и (26) цилиндрические функции входят в выражения в виде произведения, то $a_{-n} = a_n$ и $b_{-n} = b_n$. В выражения для силы (9) и (10) входят проекции поля в декартовых координатах. Мы же получили решения для полей в полярных координатах (15), (19), (20) - (22).

Поэтому перейдем от поля в полярных координатах к полю в декартовых координатах:

$$\begin{cases} E_x = E_x, \\ H_z = H_r \cos \varphi - H_\varphi \sin \varphi, \\ H_y = -H_r \sin \varphi + H_\varphi \cos \varphi. \end{cases} \quad (27)$$

Тогда:

$$\begin{aligned} H_z(r, \varphi) &= \\ &= H_0 \sum_n i^n C_n e^{in\varphi} \left\{ \frac{n \cos \varphi}{kr} [J_n(kr) + a_n H_n^{(1)}(kr)] - \right. \\ &\quad \left. - i \sin \varphi [J_n(kr) + a_n H_n^{(1)}(kr)] \right\}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} H_y &= H_0 \sum_n i^n C_n e^{in\varphi} \left\{ \frac{n \sin \varphi}{kr} [J_n(kr) + a_n H_n^{(1)}(kr)] + \right. \\ &\quad \left. + i \cos \varphi [J'_n(kr) + a_n H_n^{\prime(1)}(kr)] \right\}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$E_x(r, \varphi) = E_0 \sum_n i^n C_n e^{in\varphi} \cdot [J_n(kr) + a_n H_n^{(1)}(kr)]. \quad (30)$$

Для компактности введем функции:

$$\phi_n^S = J_n(kr) + a_n H_n^{(1)}(kr), \quad (31)$$

$$\tilde{\phi}_n^S = J_n'(kr) + a_n H_n^{(1)'}(kr) = \phi_n^{S'}. \quad (32)$$

Тогда перепишем (28-30):

$$\left\{ \begin{array}{l} H_z(r, \varphi) = H_0 \cdot \\ \cdot \sum_n i^n C_n e^{in\varphi} \left\{ \frac{n \cos \varphi}{kr} \phi_n(r) - i \sin \varphi \cdot \phi_n'(r) \right\} \\ H_y(r, \varphi) = H_0 \cdot \\ \cdot \sum_n i^n C_n e^{in\varphi} \left\{ \frac{n \sin \varphi}{kr} \phi_n(r) + i \sin \varphi \cdot \phi_n'(r) \right\} \\ E_x(r, \varphi) = E_0 \sum_n i^n C_n e^{in\varphi} \phi_n(r) \end{array} \right. \quad (33)$$

Подставив (33) в (27), можно получить аналитическое выражение для проекций силы, действующей на круглый однородный цилиндр, расположенный вблизи перетяжки непараксиального гауссова пучка. Для круглой частицы аналитическое выражение получено в [15].

Чтобы получить аналитическое выражение для силы давления света на диэлектрический цилиндр с круглым сечением, удобно использовать выражения в полярной (цилиндрической) системе координат.

Тогда, вместо (9) и (10), будем иметь:

$$F_r = \frac{R\varepsilon_0}{4} \int_0^{2\pi} \left[|H_r|^2 - |H_\varphi|^2 - \varepsilon_1 |E_x|^2 \right] d\varphi, \\ F_\varphi = \frac{R\varepsilon_0}{4} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re}(H_r H_\varphi^*) d\varphi, \quad (34)$$

где проекции векторов напряженности электрического и магнитного полей для ТЕ-поляризации H_r , H_φ и E_x вычисляются по формулам (15), (19), (20) и (22) для $R > R_0$, если R_0 – радиус круглого цилиндра:

$$E_x = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \left[a_n H_n^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_1}r) + J_n(k\sqrt{\varepsilon_1}r) \right] e^{in\varphi}, \\ H_r = H_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{C_n n}{k\sqrt{\varepsilon_1}r} \left[a_n H_n^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_1}r) + J_n(k\sqrt{\varepsilon_1}r) \right] e^{in\varphi}, \\ H_\varphi = iH_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \left[a_n H_n^{(1)'}(k\sqrt{\varepsilon_1}r) + J_n'(k\sqrt{\varepsilon_1}r) \right] e^{in\varphi}, \quad (35)$$

где a_n – находится из (25), но с учетом замены k на $k\sqrt{\varepsilon_1}$, а C_n – из (16), но с учетом замены $C_n = i^{-n} C_n$, ε_1 – диэлектрическая проницаемость среды.

Подставив (35) в (34), получим:

$$F_r = \frac{R\varepsilon_0}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2 \left\{ \left[\frac{H_0^2 n^2}{(k\sqrt{\varepsilon_1}R)^2} - \varepsilon_1 E_0^2 \right] |\phi_n(R)|^2 - H_0^2 |\phi_n'(R)|^2 \right\}, \quad (36)$$

$$F_\varphi = \frac{R\varepsilon_0 H_0^2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} n |C_n|^2 \operatorname{Im}[\phi_n(R) \phi_n^*(R)],$$

где $\operatorname{Im}[\dots]$ – мнимая часть числа, а вместо (31) и (32) используем обозначения:

$$\phi_n(r) = a_n H_n^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_1}r) + J_n(k\sqrt{\varepsilon_1}r), \\ \phi_n'(r) = a_n H_n^{(1)'}(k\sqrt{\varepsilon_1}r) + J_n'(k\sqrt{\varepsilon_1}r), \quad (37) \\ J_n'(x) = \frac{dJ_n(x)}{dx}.$$

В системе СИ $H_0 = E_0 \sqrt{\varepsilon_1}$ ($\mu = 1$).

Так как выражение (36) должно выполняться при любом радиусе окружности $R > R_0$, по которой происходит суммирование в (34), R_0 – радиус круглого сечения диэлектрического цилиндра, то (36) должно выполняться и при $R \rightarrow \infty$.

Тогда первое уравнение в (36) можно переписать ($\mu = 1$):

$$F_r = -\frac{\sqrt{\varepsilon_1} \varepsilon_0 R E_0^2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2 \cdot \left(|\phi_n(R)|^2 + |\phi_n'(R)|^2 \right). \quad (38)$$

Далее перепишем (38), с помощью использования асимптотик для цилиндрических функций, при $x \rightarrow \infty$:

$$J_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{4}\right), \\ H_n^{(2)}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \exp\left[-i\left(x - \frac{\pi n}{4} - \frac{\pi}{4}\right)\right], \quad (39)$$

а также используя рекуррентные соотношения для Z цилиндрических функций

$$Z_n'(x) = \frac{n}{x} Z_n(x) - Z_{n+1}(x). \quad (40)$$

Тогда, вместо (38), получим, что:

$$F_r = -\frac{\sqrt{\varepsilon_1} \varepsilon_0 E_0^2}{2\pi k} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2 \left(2|a_n|^2 + 2|a_n| \cos(\arg a_n) + 1 \right), \quad (41)$$

где $\arg a_n$ – аргумент комплексного числа a_n .

Проекция силы на радиальную координату F_r по сути является модулем вектора силы, то есть:

$$F_r = \sqrt{F_y^2 + F_z^2}.$$

Поэтому уравнение (41) дает только величину силы, а ее направление остается неизвестным. Найдем по отдельности проекции силы на оси Y и Z из уравнений (9) и (10) с учетом выражения (27). Тогда получим:

$$F_y = -\frac{\varepsilon_0 R}{4} \int_0^{2\pi} \left[|H_\varphi|^2 \sin 3\varphi + \varepsilon_1 |E_z|^2 \sin \varphi \right] d\varphi,$$

$$F_z = -\frac{\varepsilon_0 R}{4} \int_0^{2\pi} \left[|H_\varphi|^2 \cos 3\varphi + \varepsilon_1 |E_z|^2 \cos \varphi \right] d\varphi. \quad (42)$$

Подставив в (42) составляющие поля из (35) в виде рядов по цилиндрическим функциям и устремив R в бесконечность, получим:

$$F_y = \frac{\varepsilon_0 \sqrt{\varepsilon_1} E_0^2}{4\pi k} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n a_n \cdot$$

$$\cdot \left(C_{n+1}^* a_{n+1}^* + C_{n-1}^* a_{n-1}^* - C_{n+3}^* a_{n+3}^* - C_{n-3}^* a_{n-3}^* \right),$$

$$F_z = \frac{i\varepsilon_0 \sqrt{\varepsilon_1} E_0^2}{4\pi k} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n a_n \left(C_{n+1}^* a_{n+1}^* - \right.$$

$$\left. - C_{n-1}^* a_{n-1}^* - C_{n+3}^* a_{n+3}^* + C_{n-3}^* a_{n-3}^* \right). \quad (43)$$

Удобно объединить обе проекции (43) в одну – вида:

$$F_z + iF_y = \frac{i\varepsilon_0 \sqrt{\varepsilon_1} E_0^2}{2\pi k} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n a_n \left(C_{n+1}^* a_{n+1}^* - C_{n+3}^* a_{n+3}^* \right). \quad (44)$$

3. Численное моделирование

На рис. 2 представлена картина интерференции двух гауссовых пучков, направленных друг против друга с перетяжкой в начале координат, создающих стоячую волну. Рис. 2а отображает амплитуду суммарного поля E_x (ТЕ-поляризация), рис. 2б – модуль проекции вектора Умова-Пойнтинга на ось распространения света Z . Первый гауссовый пучок направлен вдоль оси Z , второй пучок в обратном направлении оси Z . Для первого гауссова пучка длина волны излучения – 1 мкм, мощность излучения – 50 мВт/м, перетяжка гауссова пучка находится в начале координат, ее диаметр – 1 мкм. Мощность излучения второго пучка – 50 мВт/м, длина волны так же равна 1 мкм, а диаметр перетяжки – 1,5 мкм. Если поместить в такое поле диэлектрический объект, имеющий размер порядка длины волны, то данное поле окажется для него ловушкой: он будет втягиваться в максимумы интенсивности поля.

На рис. 3 представлен график зависимости силы F_z направленной вдоль оси Z от смещения по оси Z .

Объектом является круглый цилиндр с диаметром равным 1 мкм, диэлектрическая проницаемость – $\varepsilon=2$. Вся картина дифракции имеет размер 2,5x2,5 мкм.

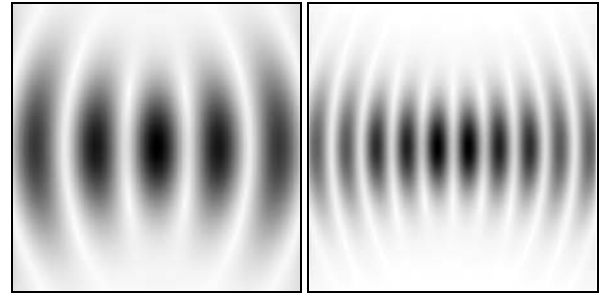


Рис. 2. Интерференционная картина двух непараксиальных гауссовых пучков, распространяющихся навстречу друг другу вдоль оси Z : а) суммарная амплитуда векторов электрической напряженности; б) распределение вектора Умова-Пойнтинга

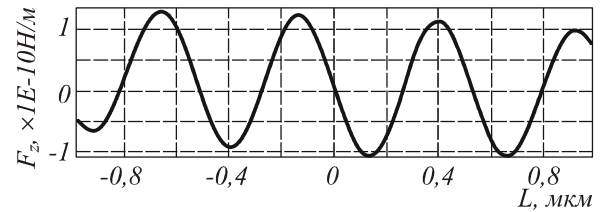


Рис. 3. Проекция на ось Z силы, действующей на круглый цилиндр с $\varepsilon=2$ в зависимости от смещения центра круга цилиндра вдоль оси Z

На рис. 4 представлена дифракция направленных друг против друга гауссовых пучков, изображенных на рис. 2, на круглом цилиндре, описанном выше. Рис. 4а представляет напряженность электрического поля E_x (ТЕ-поляризация), рис. 4б – проекцию вектора Умова-Пойнтинга на ось Z . Объект расположен по центру перетяжки ($z=0$). Для визуализации на рис. 4а сам объект слегка затемнен.

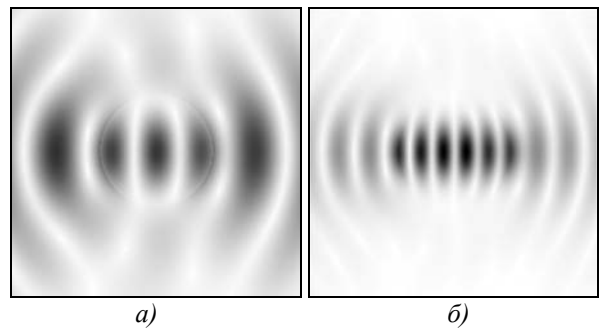


Рис. 4. То же, что и на рис. 1, но в присутствии круглого цилиндра в центре перетяжки

На рис. 5 приведена центральная часть картины дифракции рис. 3а размером 0,31x0,31 мкм. Стрелками изображены направления силы, действующей на данный цилиндр со стороны излучения, при помещении объекта в каждую конкретную точку пространства. Можно видеть, что объект хорошо «втя-

гивается» в максимумы интерференционной картины. Длина стрелки пропорциональна модулю силы.

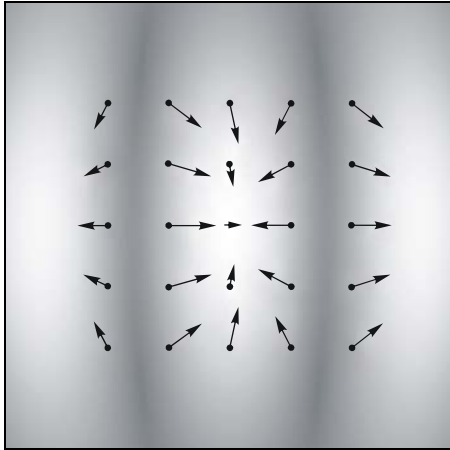


Рис. 5. Поле векторов сил, действующих со стороны двух встречных гауссовых пучков на круглый цилиндр, центр которого расположен в разных точках интерференционной картины

Интересно рассчитать поле и силу света, действующую на диэлектрический 2D объект, показатель преломления которого меньше, чем среды.

На рис. 6 представлена картина дифракции плоской волны в среде с показателем преломления 1,33 (вода) на круглом цилиндрическом объекте с показателем преломления 1 (цилиндрический пузырек воздуха). Диаметр цилиндра равен длине волны, т.е. – 1 мкм. Рис. 6а представляет напряженность электрического поля E_x (ТЕ-поляризация), рис. 6б – проекцию вектора Умова-Пойнтинга на ось Z . Энергия за «пузырек воздуха» почти не распространяется, что хорошо видно на срезах, отображенных на рис. 7, сделанных по оси Z через точку $y=0$.

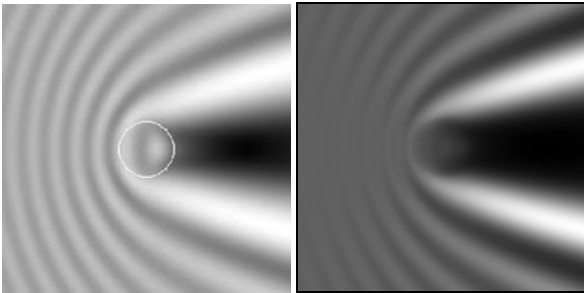


Рис. 6. Модуль напряженности электрического поля (а) и модуль вектора Умова-Пойнтинга (б) на картине дифракции плоской волны на воздушном круглом цилиндре в воде

Рис. 7а отображает значение амплитуды E_x , рис. 7б – значение проекции вектора Умова-Пойнтинга на ось Z .

Если такой объект поместить вблизи фокуса Гауссова пучка, то он будет выталкиваться из него, что проиллюстрировано на графиках рис. 8.

На рис. 8а представлен график зависимости силы F_z вдоль оси Z от смещения по оси Z , на рис. 8б – зависимость силы F_y от смещения вдоль оси Y через фокус. Гауссовый пучок имеет длину волны 1 мкм,

диаметр перетяжки равен 1 мкм, мощность излучения 100 мВт/м. Видно, что при отклонении в любую сторону из фокуса в поперечном направлении сила, направленная в сторону отклонения, возрастает, что приводит к устойчивому движению в этом направлении. При отклонении вдоль оси распространения света Z сила, действующая на объект, перед фокусом меньше по модулю, чем после фокуса.

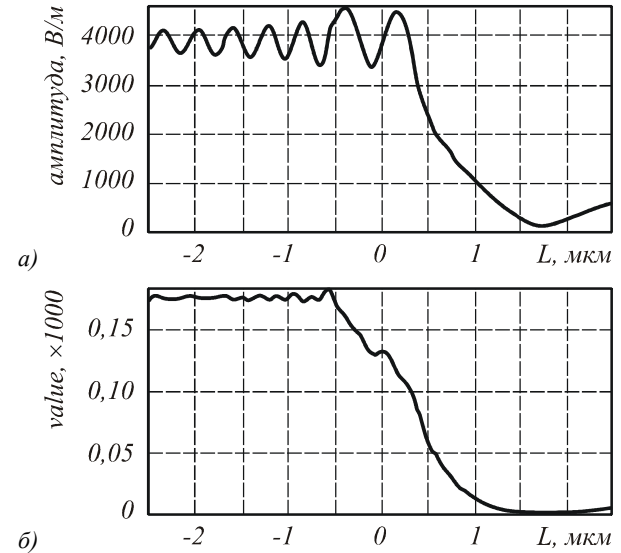


Рис. 7. Сечения картины ба и бб вдоль оси Z через точку $Y=0$

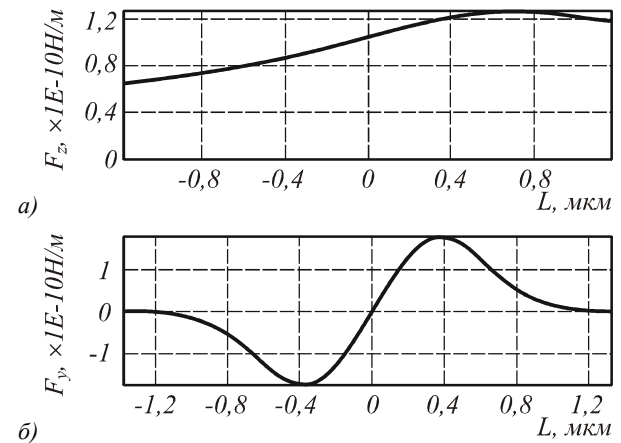


Рис. 8. Проекция силы давления непараксиального гауссова пучка на «цилиндрический пузырек воздуха» в воде: на продольную ось (а) и поперечную ось (б)

Если показатель преломления среды меньше, чем показатель преломления частицы, то при определенных параметрах можно наблюдать «захват» частицы по оси Z .

На рис. 9 показан график силы F_z при захвате вдоль оси Z . Параметры эксперимента: длина волны 1 мкм, диаметр перетяжки Гауссова пучка 1 мкм, диэлектрическая проницаемость частицы 1,2, среды 1, диаметр частицы 2 мкм. Из графика можно видеть механизм захвата: сила F_z перед фокусом положительна и направлена в сторону фокуса, за фокусом отрицательна и толкает частицу назад, в фокус. Из численных экспериментов было определено, что наличие возмож-

ности захвата зависит от диэлектрической проницаемости частицы. Для приведенных параметров «захват» имеет место при $1 < \varepsilon < 1,35$.

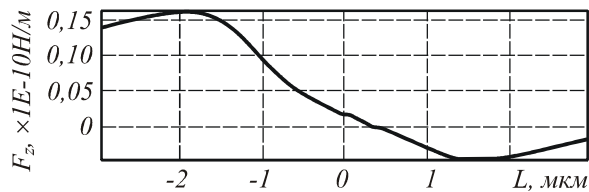


Рис. 9. Проекция силы давления на ось Z для гауссова пучка, действующего на круглый цилиндр с $\varepsilon = 1,2$ (среда $\varepsilon_1 = 1$)

График зависимости силы F_z при данных параметрах и диэлектрической проницаемости частицы 1,35 показан на рис. 10.

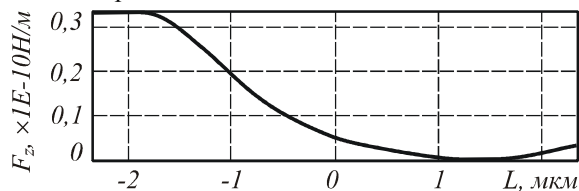


Рис. 10. Граница «захвата»: проекция силы давления на ось Z для непараксиального гауссова пучка и круглого цилиндра с $\varepsilon = 1,35$

Заключение

В работе получены следующие результаты:

- Получено выражение для силы давления света на диэлектрический бесконечный цилиндр с произвольным сечением в декартовых (ур. (9), (10), (12) и цилиндрических (ур. (34) координатах;
- получены выражения для силы давления света (в частности непараксиального гауссова пучка) на диэлектрический бесконечный цилиндр с круглым сечением: при произвольном радиусе окружности интегрирования (ур. (36) и при бесконечном радиусе (ур. (41), (43), (44));
- численно показана возможность оптического «захвата» диэлектрического цилиндра с круглым сечением двумя встречными непараксиальными гауссовыми пучками (рис. 3 и 5) и одним гауссовым пучком при ограничении на диэлектрическую проницаемость цилиндра (рис. 9);
- численно показано, что круглый «воздушный пузырек» в воде выталкивается из фокальной области непараксиального гауссова пучка (рис. 8).

Благодарности

Работа поддержана российско-американской программой «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE), грант CRDF REC-SA-014-02 и президентским грантом НШ-1007.2003.01.

Литература

1. Gouesbet G., Maheu B., Grehan G. Light scattering from a sphere arbitrarily located in a Gaussian beam, using a

- Bromwide formulation // J. Opt. Soc. Am. A. 1988. V. 5. P. 1437-1443.
2. Gouesbet G., Lock J.A. A rigorous justification of the localized approximation to the beam-shape coefficients in the generalized Lorenz-Mie theory. II. Off-axis beams // J. Opt. Soc. Am. A. 1994. V. 2, P. 2516-2525.
3. Ren F., Grehad G., Gouebet G. Radiation pressure forces exerted on a particle located arbitrarily in a Gaussian beam by using the generalized Lorenz-Mie theory and associated resonance effects // Opt. Commun., 1993. V. 108, P. 343-354.
4. Gouesbet G. Validity of the localized approximation for arbitrary shaped beams in the generalized Lorenz-Mie theory for spheres // J. Opt. Soc. Am. A, 1999. V. 16. P. 1641-1650.
5. Barton J., Alexander D., Schaub S. Theoretical determination of net radiation force and torque for a spherical particle illuminated by a focused laser beam // J. Appl. Phys., 1989. V. 66. P. 4594-4602.
6. Gussard R., Lindmo T., Brovik I. Calculation of the trapping force in a strongly focused laser beam // J. Opt. Soc. Am. B, 1992. V. 9. P. 1922-1930.
7. Rohrbach A., Stelzer E.H.K. Optical trapping of a dielectric particles in arbitrary fields // J. Opt. Soc. Am. A, 2001. V. 18. P. 839-853.
8. Rohrbach A., Stelzer E.H.K. Trapping forces, force constant, and potential depths for dielectric spheres in the presence of spherical aberration // Appl. Opt., 2002. V. 41. P. 2494-2507.
9. Lock J.A. Calculation of the radiation trapping force for laser tweezers by use of generalized Lorenz-Mie theory I. Localized model description of an on-axis tightly focused laser beam with spherical aberration // Appl. Opt. 2004. V. 43. P. 2532-2544.
10. Lock J.A. Calculation II. On-axis trapping force // Appl. Opt., 2004. V. 43. P. 2545-2554.
11. Ganic D., Gan X., Gu M. Exact radiation trapping force calculation based on vectorial diffraction theory. // Opt. Express, 2004. V. 12. № 12. P. 2670-2675.
12. Nieminen T.A., Heckenberg N.R., Rubinstein-Dunlop H. Computational modeling of optical tweezers // Proceedings of SPIE, 2004. V. 5514. P. 514-523.
13. Mazolli A., Maia Neto P.A., Nussenzeveig H.M. Theory of trapping forces in optical tweezers // Pvoc. R. Soc. Lond., 2003. V. 459. P. 3021-3041.
14. Nahmias Y.K., Oddi D.J. Analysis of radiation forces in laser trapping and laser-guided direct writing application // IEEE J. daunt. Electr., 2002. V. 38. № 2. P. 1-10.
15. Pobre R., Saloma C. Radiation forces on nonlinear microsphere by a tightly focused Gaussian beam // Appl. Opt., 2002. V. 41. № 36. P. 7694-7701.
16. Marston P.L., Crichton J.H. // Radiation torque on a sphere caused by a circularly-polarized electromagnetic wave // Phys. Rev. A., 1984. V. 30. № 5. P. 2508-2516.
17. Zimmerman E., Dandliner R., Souli N. Scattering of an off-axis Gaussian beam by a dielectric cylinder compared with a rigorous electromagnetic approach // J. Opt. Soc. Am. A, 1995. V. 12. P. 398-403.
18. Wu Z., Guo L. Electromagnetic scattering from a multilayered cylinder arbitrarily located in a Gaussian beam, a new recursive algorithms // Progress in electromagnetics research, PIER, 1998. V. 18. P. 317-333.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Краткий курс теоретической физики. Механика. Электродинамика // Книга 1, М., Наука. 1969.