

# РАСЧЕТ СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕТОВОГО ПУЧКА С МИКРОЧАСТИЦАМИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Р.В. Скиданов

Институт систем обработки изображений РАН

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева

## Аннотация

Описан метод расчета сил действующих на микрочастицу в световом поле. Проведена проверка адекватности метода на основе сравнения с экспериментальными данными.

## Введение

Способ оптического захвата и манипулирования малыми нейтральными частицами с помощью лазеров основан на силах давления излучения. Световое поле представляется в виде квантов, называемых фотонами. Каждый фотон несет в себе импульс, равный  $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$ , где  $\mathbf{k}$  – волновой вектор,  $|\mathbf{k}| = k = 2\pi/\lambda$ ,  $\hbar$  – постоянная Планка. Взаимодействие между излучением и веществом может приводить к обмену (изменению) импульса. Основной принцип действия ловушек может быть объяснен с помощью второго и третьего законов Ньютона. Так как свет обладает импульсом, изменение направления света означает, что должна существовать сила, связанная с этим изменением. При прохождении через прозрачную частицу свет отклоняется. Сила, возникающая в результате изменения направления движения света, действует на частицу так, что она двигается в область наибольшей интенсивности света.

С точки зрения передачи импульса можно представить процесс рассеивания, как поглощение фотонов, двигающихся в направлении падающего света, и излучение новых фотонов в направлении рассеянного света. Результирующая передача импульса описывается вектором разности импульсов, соответствующих поглощению и излучению фотонов. Также объясняется механизм охлаждения атомов: каждый поглощенный объектом фотон передает ему импульс  $\hbar \mathbf{k}$ , каждое последующее излучение дает импульс той же амплитуды, но случайный по направлению, что в среднем равно нулю. Таким образом, чем больше двигающихся навстречу фотонов поглотит атом, тем больше он замедлится.

При рассмотрении как микронных частиц, так и субмикронных, включая и атомы ( $d \ll \lambda$ ), часто разделяют полную силу на две компоненты.

1) Одна называется силой рассеяния (кеплеровская сила давления света). Она пропорциональна рассеивающей поверхности частицы и интенсивности света. Для параксиальных пучков сила рассеяния направлена вдоль вектора Умова-Пойнтинга, т.е. в направлении падения света. Это сила возникает из-за изменения импульса электромагнитной волны при рассеивании на диполе.

2) Другая называется градиентной силой. Эта сила возникает в присутствии пространственного градиента энергии света [3]. Ее часто рассматривают как электрическую силу на оптически индуцированном диполе частицы в градиенте интенсивности по-

ля. Для рэлеевских (субмикронных) частиц градиентная сила обычно называется дипольной силой. Градиентная сила равна силе Лоренца, действующей на созданный (индуцированный) диполь [1, 2] и совпадает с направлением градиента интенсивности.

Объекты с показателем преломления выше, чем окружающая среда, притягиваются к областям высокой интенсивности света, а менее плотные – отталкиваются из этих областей. Так, пузырьки воздуха (созданные взбалтыванием) и непрозрачные частицы будут выталкиваться из фокальной области.

Активное развитие микроманипулирования в световых пучках требует методов расчета сил действующих на микрочастицу в световом пучке. Объекты в экспериментах по микроманипулированию как правило по размерам сравнимы с длиной волны ( $0,5\lambda - 20\lambda$ ). Точный расчет сил, действующих на микрочастицу, должен проводиться в рамках электромагнитной теории, однако он сил требует решения задачи дифракции светового пучка на микрочастице [4]. Данная задача является очень емкой по объему вычислений, а т.к. в задачах расчета сил, действующих на микрочастицу в световом пучке, как правило, требуется провести вычисление силы в некоторой области, то объем вычислений вырастает пропорционально квадрату размера этой области. В этом случае, например, расчет сил для моделирования движения микрочастицы в пучке Бесселя может растянуться на несколько недель, что неприемлемо. В связи с этим возникает желание использовать более простой геометрикооптический подход, дающий неточные результаты при расчете преломления светового поля на микрочастице таких размеров, но довольно точный при расчете сил действующих на микрочастицу в световом поле. Геометрооптический подход был использован еще при расчете простейших оптических ловушек [5]. Однако в этой и других работах, как правило, рассматриваются некоторые упрощенные случаи, в которых накладываются ограничения либо на форму частицы [5], либо на форму светового пучка [6]. В данной работе рассматривается метод расчета сил действующих на микрочастицу произвольной формы в световом пучке с заданным распределением интенсивности и фазы.

## Расчет сил

Рассмотрим микрочастицу произвольной формы в световом пучке. Будем считать:

1. Световой пучок задается функциями интенсивности и фазы  $I(x,y)$  и  $\varphi(x,y)$ , соответственно.

2. Микрочастица ограничена двумя поверхностями верхней, которая задается функцией  $f_1(x,y)$ , и нижней, которая задается функцией  $f_2(x,y)$ , (рис. 1). Функции  $f_1(x,y)$  и  $f_2(x,y)$  однозначные.

3. Микрочастица движется в плоскости  $xу$ .

4. Световой пучок падает на микрочастицу вертикально сверху вниз.

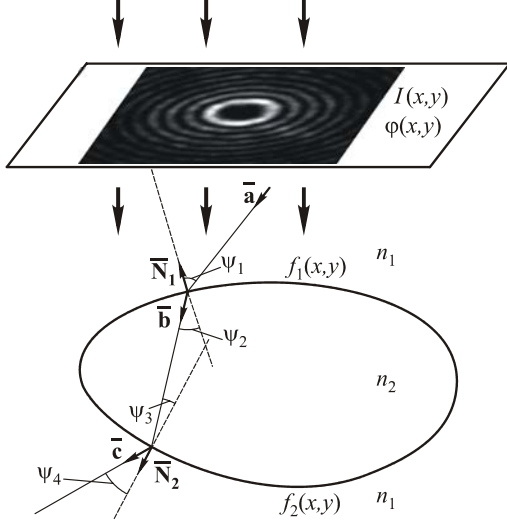


Рис. 1. Схема преломления световых лучей на микрочастице

Единичные векторы  $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ ,  $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ ,  $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$  задают направление падающего и преломленных лучей.

Компоненты силы действия единичного луча на микрочастицу определяются формулой:

$$F_x = \frac{N}{c}(a_x - c_x), \quad (1)$$

$$F_y = \frac{N}{c}(a_y - c_y),$$

где  $N$  – мощность луча,  $c$  – скорость света.

Для всего пучка эта формула преобразуется к виду:

$$F_x = \frac{1}{c} \iint_{\Omega} I(x,y)(a_x - c_x) dx dy, \quad (2)$$

$$F_y = \frac{1}{c} \iint_{\Omega} I(x,y)(a_y - c_y) dx dy,$$

где  $\Omega$  – область максимального по площади сечения микрочастицы в плоскости, перпендикулярной направлению распространения светового пучка.

При этом надо учитывать, что направляющий вектор для преломленного выходящего луча напрямую зависит от направляющего вектора падающего луча

$$F_x = \frac{1}{c} \iint_{\Omega} I(x,y)(a_x - c_x(\vec{a})) dx dy, \quad (3)$$

$$F_y = \frac{1}{c} \iint_{\Omega} I(x,y)(a_y - c_y(\vec{a})) dx dy.$$

Зависимость  $\vec{c}(\vec{a})$  можно определить, исходя из следующих соотношений:

$$(\vec{N}_1, -\vec{a}) = \cos(\psi_1),$$

$$(\vec{N}_1, -\vec{b}) = \cos(\psi_2),$$

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \cos(\psi - \psi_{21}),$$

$$(\vec{b}, \vec{b}) = 1,$$

$$n_1 \sin \psi_1 = n_2 \sin \psi_2,$$

$$(\vec{N}_2, \vec{b}) = \cos(\psi_3),$$

$$(\vec{N}_2, \vec{c}) = \cos(\psi_4), \quad (4)$$

$$(\vec{b}, \vec{c}) = \cos(\psi_3 - \psi_4),$$

$$(\vec{c}, \vec{c}) = 1,$$

$$n_2 \sin \psi_3 = n_1 \sin \psi_4,$$

где  $n_1, n_2$  – показатели преломления среды и частицы, соответственно;  $\vec{N}_1$  и  $\vec{N}_2$  векторы нормали к поверхностям  $f_1(x,y)$  и  $f_2(x,y)$ , соответственно;  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$  – углы падения и преломления на поверхностях. Путем несложных преобразований получаем из (4):

$$b_x = \frac{A_1^2}{A_1^2 + A_2^2} \left[ \left( \frac{A_3 A_2}{A_1} + K_1 K_2 \right) + \sqrt{\left( \frac{A_3 A_2}{A_1^2} + K_1 K_2 \right)^2 - \left( 1 + \frac{A_2^2}{A_1^2} + K_1^2 \right) \left( \frac{A_3^2}{A_1^2} + K_2^2 - 1 \right)} \right], \quad (5)$$

где в качестве промежуточных обозначений использованы

$$A_1 = a_y - \frac{N_{1y} a_z}{N_{1z}},$$

$$A_2 = a_x - \frac{N_{1x} a_z}{N_{1z}},$$

$$A_3 = \frac{a_z \cos \psi_2}{N_{1z}} + \cos(\psi_1 - \psi_2),$$

$$K_1 = \frac{\cos \psi_2}{N_{1z}} - \frac{N_{1y} A_3}{A_1},$$

$$K_2 = \frac{N_{1x}}{N_{1z}} - \frac{N_{1y} A_2}{A_1}.$$

Аналогичным образом вычисляются и другие компоненты векторов  $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$  и  $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$ , т.к. совокупная запись этих формул очень громоздка, приводить ее не будем.

Для определения компонент направляющего вектора  $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$  необходимо использовать функцию фазы  $\phi(x,y)$  светового пучка. Для направляющего вектора будет верным следующее соотношение:

$$\vec{a} = \frac{\text{grad } \phi(x,y)}{|\text{grad } \phi(x,y)|}. \quad (6)$$

Для векторов нормали можно выписать соотношение:

$$\vec{N}_1 = \left( \frac{\partial f_1 / \partial x}{\sqrt{(\partial f_1 / \partial x)^2 + (\partial f_1 / \partial y)^2 + 1}}, \frac{\partial f_1 / \partial y}{\sqrt{(\partial f_1 / \partial x)^2 + (\partial f_1 / \partial y)^2 + 1}}, -\frac{1}{\sqrt{(\partial f_1 / \partial x)^2 + (\partial f_1 / \partial y)^2 + 1}} \right), \quad (7)$$

$$\vec{N}_2 = \left( \frac{\partial f_2 / \partial x}{\sqrt{(\partial f_2 / \partial x)^2 + (\partial f_2 / \partial y)^2 + 1}}, \frac{\partial f_2 / \partial y}{\sqrt{(\partial f_2 / \partial x)^2 + (\partial f_2 / \partial y)^2 + 1}}, -\frac{1}{\sqrt{(\partial f_2 / \partial x)^2 + (\partial f_2 / \partial y)^2 + 1}} \right),$$

Используя формулы (3-7) можно рассчитать силу, действующую на микрочастицу произвольной формы со стороны произвольного светового пучка.

### Проверка адекватности

Для проверки адекватности выведенных формул было промоделировано движение микрочастицы, представляющей собой эллипсоид вращения с полуосями 3,5 мкм и 2,2 мкм (вращение вокруг большей полуоси) в пучке Бесселя 5-го порядка. Показатель преломления микрочастицы 1,44, мощность пучка Бесселя 200 мВт. В качестве среды была выбрана вода при комнатной температуре, для которой хорошо известны параметры вязкости. Для сравнения использовались экспериментальные результаты по круговому движению клетки дрожжей (такого же размера) в пучке Бесселя 5-го порядка, той же мощ-

ности. Предполагается, что массы реальной частицы (клетки дрожжей) и частицы в математической модели примерно одинаковы. Также не учитывалась сила сухого трения. При моделировании движения микрочастицы в световом пучке решалась система уравнений движения

$$\begin{cases} m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{cs} + \vec{F}_{mp}; \\ \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\vec{F}_{cs}$  – сила, действующая на микрочастицу со стороны светового пучка,  $\vec{F}_{mp}$  – сила вязкого трения.

Сравнение результатов моделирования с экспериментом приведено на рис. 2.

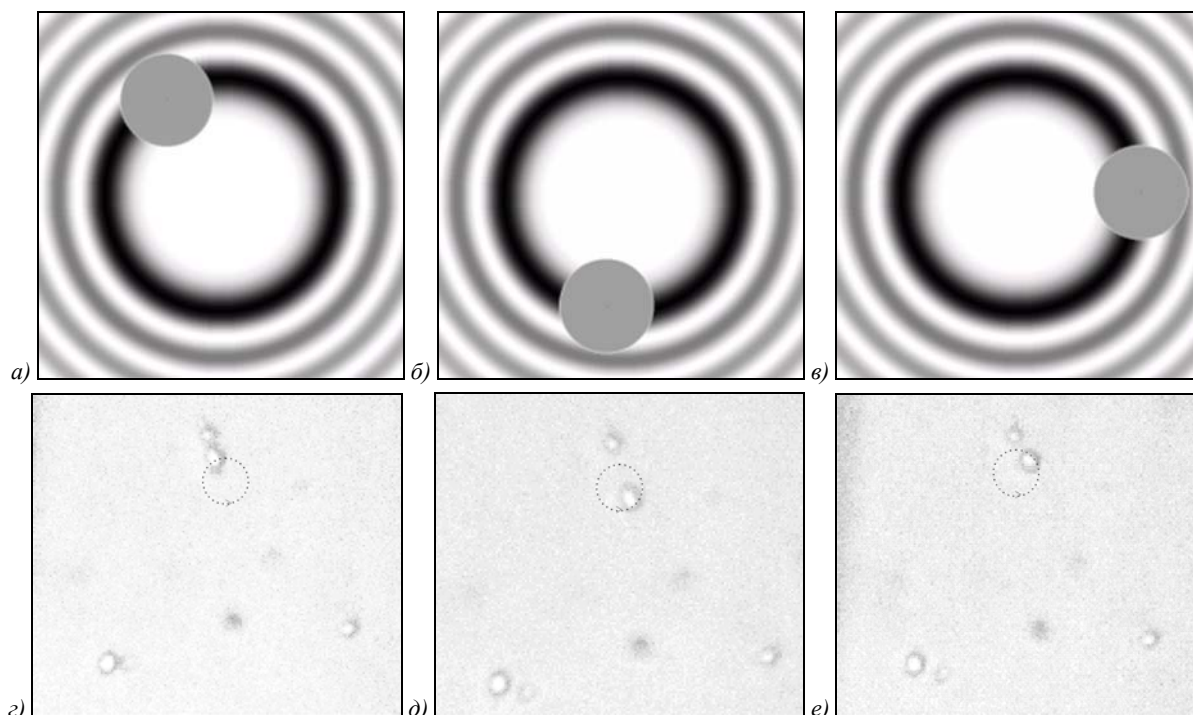


Рис. 2. Стадии движения микрочастицы в пучке Бесселя 5-го порядка в разные моменты времени (через 0,5 с) в вычислительном эксперименте (а-в), в натурном эксперименте (г-е)

Если рассматривать в качестве параметра сравнения период вращения микрочастиц, то результаты вычислительного и натурального экспериментов различаются не более чем на 30%. В натурном эксперименте период 1,5-2 с, в вычислительном эксперименте период 2,23 с. Конечно, предложенный метод требует более детальной проверки, но уже сейчас можно использовать предложенный метод для качественной оценки

характера движения микрочастиц в световых пучках.

### Заключение

1. Описан метод расчета сил действующих на микрочастицу в световом поле.
2. Проведена проверка адекватности метода на основе сравнения с экспериментальными данными, расхождение составило не более 30%.

### ***Благодарности***

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, правительства Самарской области и Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF Project SA-014-02) в рамках российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE), а также при поддержке гранта Президента РФ № НШ-1007.2003.01 и гранта РФФИ № 05-08-50298.

### ***Литература***

1. Ashkin A. et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles // Optics Letters. 1986. V. 11. No. 5. P. 288-290.
2. Svoboda K., Block S.M. Optical trapping of metallic Rayleigh particles // Optics Lett. 1994. V. 19. No. 13. P. 930-932.
3. Allen L., Eberly J.H. Optical resonance and two-level atoms // Dover: NY. (1987).
4. Котляр В.В., Налимов А.Г. Расчет силы давления непараксиального гауссового пучка на однородный цилиндр с круглым сечением // Компьютерная оптика, ИСОИ РАН, Самара, 2005. Вып. 27. С. 105-111.
5. Ashkin A., Dziedzic J.M. Optical levitation by radiation pressure // Appl. Phys. Lett.- V.19 P. 283 (1971)
6. Nieminen T.A., Rubinsztein-Dunlop H., Heckenberg N.R. Calculation and optical measurement of laser trapping forces on non-spherical particles // Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer. 2001. V. 70. P. 627-637.