

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

САМОФОКУСИРОВКА ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

Котляр В.В.^{1,2}, Ковалёв А.А.^{1,2}¹ Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва,² Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН

Аннотация

В непараксиальном приближении получены явные аналитические выражения для трёх проекций вектора напряжённости электрического поля гипергеометрического лазерного пучка (ГГ-пучка). Для ГГ-пучков с топологическим зарядом $n = 0, 1$ получены явные формулы осевой интенсивности, из которых следует, что положение перетяжки зависит от параметров (γ, m) ГГ-пучка и смещено от начальной плоскости $z = 0$. Такое смещение максимальной осевой интенсивности названо самофокусировкой ГГ-пучка, и найдены формулы для расчёта величины этого смещения (фокусное расстояние). FDTD-методом проведено моделирование распространения ГГ-пучка при $n = 0$ и показано, что величина смещения перетяжки и осевое значение интенсивности в фокусе согласуются с предсказанными по приближенным формулам.

Ключевые слова: вихревой лазерный пучок, гипергеометрический лазерный пучок, непараксиальная дифракция, осевая интенсивность, смещение перетяжки лазерного пучка, самофокусировка.

Введение

Кольцевые лазерные пучки интенсивно изучаются в последние годы в связи с их широким применением для оптического захвата нейтральных атомов [1]. К классу кольцевых пучков относятся также оптические вихри, изучением которых занимается новый раздел современной оптики – сингулярная оптика [2]. Недавно найдены новые классы решений параксиального уравнения оптики, которые также описывают кольцевые лазерные пучки [3] и гипергеометрические лазерные пучки [4].

Заметим, что кольцевые лазерные пучки рассматривались не только в скалярном параксиальном варианте [5], но и в непараксиальном [6] и векторном [7] вариантах.

Известны также работы, в которых показана самофокусировка кольцевых лазерных пучков. Так, в [8] исследуется распространение в пространстве мод LP₀₁ и LP₁₁ полого волокна. Показано, что на некотором расстоянии кольцевая мода LP₀₁ самофокусируется, а у моды LP₁₁ уменьшается радиус кольца, хотя само кольцо не переходит в фокус. В [6] исследуется самофокусировка кольцевого гауссова пучка: получена зависимость интенсивности пучка на оси и формула для фокусного расстояния такого пучка. В работах [9] и [10] получены соотношения для ширины кольцевого пучка (второй момент интенсивности) в зависимости от расстояния вдоль оси z . Эти соотношения получены для пучков Уиттекера-Гаусса. Численно показано, что при действительном параметре μ (первый параметр в функции Уиттекера) радиус пучка при распространении уменьшается, причём чем больше параметр μ , тем дальше перетяжка (фокус) от начала координат $z = 0$.

В этой работе получены явные аналитические зависимости осевой интенсивности непараксиальных векторных гипергеометрических пучков с топологическим зарядом $n = 0, 1$, а также формулы для

определения фокусного расстояния (от плоскости $z = 0$), на котором на оптической оси возникают максимумы интенсивности. Заметим, что при $n = 0$ и $\gamma = 0$ (γ – действительный параметр гипергеометрического пучка) полученные здесь формулы совпадают с соотношениями, полученными в [6].

1. Непараксиальное векторное распространение гипергеометрического лазерного пучка с эллиптической поляризацией

Пусть при $z = 0$ имеется две поперечные проекции электрического вектора (E -вектор) светового поля, пропорциональные комплексной амплитуде параксиального гипергеометрического пучка (ГГ-пучка) [4]:

$$E_{x,y}(r, \varphi, z = 0) = B_{x,y} \left(\frac{r}{w} \right)^m \exp \left(-\frac{r^2}{w^2} + i\gamma \ln \frac{r}{w} + in\varphi \right), \quad (1)$$

где (r, φ) – полярные координаты, z – координата вдоль оптической оси, $B_{x,y}$ – постоянные, w – радиус перетяжки Гауссова пучка, γ – вещественное число, n – топологический заряд оптического вихря, γ – «сила» логарифмического аксикона, m – целочисленный параметр, характеризующий порядок кольцевого пучка, его радиус. Таким образом, три параметра: m , n и γ – характеризуют семейство ГГ-пучков (или один целый параметр n и один комплексный параметр $m + i\gamma$).

В [7] с помощью интегрального преобразования Рэлея-Зоммерфельда получены непараксиальные (слабое непараксиальное приближение) формулы для декартовых проекций E -вектора на любом расстоянии z для вихревых полей вида:

$$E_{x,y}(r, \varphi, z = 0) = A_{x,y}(r) \exp(in\varphi). \quad (2)$$

Эти выражения имеют вид [7]:

$$\left\{ \begin{aligned} E_{x,y}(\rho, \theta, z) &= (-i)^{n+1} \frac{kz \exp(in\theta + ik\sqrt{\rho^2 + z^2})}{\rho^2 + z^2} \int_0^\infty A_{x,y}(r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2\sqrt{\rho^2 + z^2}}\right) J_n\left(\frac{kpr}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}\right) r dr, \\ E_z(\rho, \theta, z) &= (-i)^n \frac{k}{\rho^2 + z^2} \exp(ik\sqrt{\rho^2 + z^2} + in\theta) \times \\ &\times \left[\exp(i\theta) \int_0^\infty \frac{A_x(r) - iA_y(r)}{2} \exp\left(\frac{ikr^2}{2\sqrt{\rho^2 + z^2}}\right) J_{n+1}\left(\frac{kpr}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}\right) r^2 dr - \right. \\ &- \exp(-i\theta) \int_0^\infty \frac{A_x(r) + iA_y(r)}{2} \exp\left(\frac{ikr^2}{2\sqrt{\rho^2 + z^2}}\right) J_{n-1}\left(\frac{kpr}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}\right) r^2 dr - \\ &\left. - ip \int_0^\infty [A_x(r) \cos \theta + A_y(r) \sin \theta] \exp\left(\frac{ikr^2}{2\sqrt{\rho^2 + z^2}}\right) J_n\left(\frac{kpr}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}\right) r dr \right], \end{aligned} \right. \quad (3)$$

где (ρ, θ) – полярные координаты в плоскости z, k – волновое число. В [3] использовано слабое непараксиальное приближение

$$\begin{aligned} \sqrt{z^2 + r^2 + \rho^2 - 2\rho r \cos(\theta - \varphi)} &\approx \\ \approx \sqrt{z^2 + \rho^2} + \frac{r^2}{2\sqrt{z^2 + \rho^2}} - \frac{\rho r \cos(\theta - \varphi)}{\sqrt{z^2 + \rho^2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Из (1) и (2) следует, что в нашем случае

$$A_{x,y}(r) = B_{x,y} \left(\frac{r}{w}\right)^{m+i\gamma} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right). \quad (5)$$

Тогда, подставляя (5) в (3) и используя справочный интеграл [11]

$$\begin{aligned} \int_0^\infty x^\mu \exp(-\alpha x^2) J_\nu(\beta x) dx &= \frac{\beta^\nu \Gamma\left(\frac{\nu + \mu + 1}{2}\right)}{2^{\nu+1} \alpha^{\frac{\nu + \mu + 1}{2}} \Gamma(\nu + 1)} \times \\ &\times {}_1F_1\left(\frac{\nu + \mu + 1}{2}; \nu + 1; -\frac{\beta^2}{4\alpha}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

$(\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re}(\nu + \mu) > -1),$

где ${}_1F_1(a, b, x)$ – конфлюэнтная гипергеометрическая функция [12], получим вместо (3):

$$\begin{aligned} E_{x,y}(\rho, \theta, z) &= (-i)^{n+1} \Gamma\left(\frac{n+m+2+i\gamma}{2}\right) \frac{k^{n+1} B_{x,y} \rho^n z}{2^{n+1} \Gamma(n+1) D^{n+2} W^{\frac{n+m+2+i\gamma}{2}} w^{m+i\gamma}} \times \\ &\times \exp(in\theta + ikD) {}_1F_1\left(\frac{n+m+2+i\gamma}{2}; n+1; -\frac{k^2 \rho^2}{4D^2 W}\right), \\ E_z(\rho, \theta, z) &= (-i)^n \frac{k}{D^{n+2} W^{\frac{n+m+2+i\gamma}{2}} w^{m+i\gamma}} \exp(ikD + in\theta) \times \\ &\times \left[\frac{B_x - iB_y}{2} \exp(i\theta) \frac{(k\rho)^{n+1} \Gamma\left(\frac{n+m+4+i\gamma}{2}\right)}{2^{n+2} DW \Gamma(n+2)} {}_1F_1\left(\frac{n+m+4+i\gamma}{2}; n+2; -\frac{k^2 \rho^2}{4D^2 W}\right) - \right. \\ &- \frac{B_x + iB_y}{2} \exp(-i\theta) \frac{(k\rho)^{n-1} D \Gamma\left(\frac{n+m+2+i\gamma}{2}\right)}{2^n \Gamma(n)} {}_1F_1\left(\frac{n+m+2+i\gamma}{2}; n; -\frac{k^2 \rho^2}{4D^2 W}\right) - \\ &\left. - ip (B_x \cos \theta + B_y \sin \theta) \frac{(k\rho)^n \Gamma\left(\frac{n+m+2+i\gamma}{2}\right)}{2^{n+1} \Gamma(n+1)} {}_1F_1\left(\frac{n+m+2+i\gamma}{2}; n+1; -\frac{k^2 \rho^2}{4D^2 W}\right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где $D = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$, $W = 1/w^2 - ik/(2D)$.

2. Самофокусировка ГГ-пучков при $n = 0$

Из (3) видно, что при $n = 0$ световое поле на оптической оси ($\rho = 0$) будет иметь только поперечные

проекции E -вектора ($E_z = 0, \rho = 0$), а при $n = \pm 1$, наоборот, на оптической оси будет отлична от нуля только продольная составляющая E -вектора ($E_{x,y} = 0, \rho = 0$). При $n > 1$ на оптической оси всегда будет нулевая интенсивность ($E_{x,y} = E_z = 0$ при $\rho = 0$). Поэтому

му искать фокус на оптической оси имеет смысл только при $n = 0, \pm 1$.

Из (7) при $n = 0$ найдем ($\rho = 0, \theta = 0$) амплитуду и интенсивность на оптической оси:

$$E_{x,y}(0,0,z) = -\frac{ik}{2zw^{m+i\gamma}} \times \Gamma\left(\frac{m+2+i\gamma}{2}\right) B_{x,y} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{ik}{2z}\right)^{\frac{m+2+i\gamma}{2}} \exp(ikz), \quad (8)$$

$$I(0,0,z) = |E_x|^2 + |E_y|^2 = \left|\Gamma\left(\frac{m+2+i\gamma}{2}\right)\right|^2 \times \left(|B_x|^2 + |B_y|^2\right) \frac{z_R^2}{z^2} \left(1 + \frac{z_R^2}{z^2}\right)^{-\frac{m+2}{2}} \exp\left[-\gamma \arctan\left(\frac{z_R}{z}\right)\right], \quad (9)$$

где $z_R = kw^2/2$ – длина Рэлея.

При $\gamma = 0$ из (9) следует выражение для осевой интенсивности:

$$I(0,0,z) = \left[\Gamma\left(\frac{m+2}{2}\right)\right]^2 \left(|B_x|^2 + |B_y|^2\right) \times \frac{z_R^2}{z^2} \left(1 + \frac{z_R^2}{z^2}\right)^{-\frac{m+2}{2}}, \quad (10)$$

которое с точностью до константы и до обозначений совпадает с уравнением (9) из [6].

Экстремум (максимум) функции (9) достигается при условии

$$z_{\max} = z_R \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 + 8m}}{4}. \quad (11)$$

При $\gamma = 0$ из (11) также следует формула для расчёта самофокусировки, которая совпадает с аналитическим расчётом из [6]:

$$z_{\max} = z_R \sqrt{m/2}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что кольцевой пучок при $n = \gamma = 0$ будет самофокусироваться при $z \leq z_R$, если $m = 1, 2$. Если же в кольцевом пучке присутствует фазовая составляющая, описывающая логарифмический аксикон ($\gamma \neq 0$), то при $\gamma < 0$ из (11) следует возможность самофокусировки пучка при $z < z_R$. Это возможно при условии:

$$|\gamma| > m - 2. \quad (13)$$

Из (11) также следует, что при $m = 0$ расстояние самофокусировки пучка, который уже не будет кольцевым, равно ($\gamma > 0$):

$$z_{\max} = \frac{z_R \gamma}{2}. \quad (14)$$

При $\gamma < 0$ и $m = 0$ самофокусировки не будет (на оптической оси не возникает максимум интенсивности). Этот результат согласуется с [13].

Из (14) видно, что при $0 < \gamma < 2$ самофокусировка будет на расстоянии, меньшем расстояния Рэлея $z < z_R$. Физически в эффекте самофокусировки ГГ-пучка при $n = 0$ участвуют два механизма, определяемые параметрами m и γ . Если $\gamma = 0$, то дифрак-

ция кольцевого пучка приводит к тому, что кольцо расширяется и уменьшает внутреннюю «темную» часть, которая совсем пропадает в плоскости самофокусировки (12). При $m > 0$ и $\gamma \neq 0$ кольцевой пучок фокусируется на оси ближе ($\gamma < 0$) или дальше ($\gamma > 0$), чем при $\gamma = 0$. При $m = 0$ и $\gamma < 0$ исходное световое поле (при $z = 0$) уже не кольцевое и уменьшение диаметра происходит из-за наличия логарифмической радиальной фазы пучка. Другими словами, при $\gamma < 0$ происходит фокусировка Гауссова пучка логарифмическим аксиконом $\exp(i\gamma \ln(r/w))$, но на оптической оси при этом не возникает максимума интенсивности, а интенсивность монотонно спадает. И наоборот, максимальное значение интенсивности на оси на расстоянии (14) при $\gamma > 0$ не является результатом фокусировки Гауссова пучка логарифмическим аксиконом. Действительно, величина этой интенсивности в максимуме при $m = n = 0$ и $\gamma > 0$ будет равна:

$$I(0,0,z_{\max}) = \frac{\pi\gamma}{2 \operatorname{sh}\left(\frac{\pi\gamma}{2}\right)} \left(|B_x|^2 + |B_y|^2\right) \times \frac{4}{4 + \gamma^2} \exp\left[-\gamma \arctan\left(\frac{2}{\gamma}\right)\right]. \quad (15)$$

Из (15) видно, что с ростом «силы» аксикона γ значение максимальной интенсивности на оси экспоненциально убывает, а расстояние до этого «фокуса» (14) линейно растёт.

3. Самофокусировка ГГ-пучков при $n = 1$

Из (7) следует, что при $n = 1$ на оптической оси будет отлична от нуля только продольная составляющая:

$$E_z(0,0,z) = \frac{ik}{4z^2 w^{m+i\gamma}} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{ik}{2z}\right)^{\frac{m+3+i\gamma}{2}} \times (B_x + iB_y) \Gamma\left(\frac{m+3+i\gamma}{2}\right) \exp(ikz). \quad (16)$$

Осевая интенсивность будет иметь вид:

$$I(0,0,z) = |E_z|^2 = \frac{z_R^2 w^2 |B_x + iB_y|^2}{4z^4} \left|\Gamma\left(\frac{m+3+i\gamma}{2}\right)\right|^2 \times \left(1 + \frac{z_R^2}{z^2}\right)^{\frac{m+3}{2}} \exp\left[-\gamma \arctan\left(\frac{z_R}{z}\right)\right]. \quad (17)$$

Расстояние самофокусировки, на котором достигается максимум функции (17), равно:

$$z_{\max} = z_R \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 + 16(m-1)}}{8}. \quad (18)$$

Из (18) следует, что при $\gamma = 0$ имеем:

$$z_{\max} = z_R \frac{\sqrt{m-1}}{2}. \quad (19)$$

Из (19) следует, что при $m = 1$ фокусировки не будет, т.е. перетяжка пучка будет при $z = 0$. При $2 \leq m \leq 5$ самофокусировка будет на расстоянии

$z \leq z_R$. Сравнивая (12) и (19), можно заключить, что вихревая составляющая пучка ($n = 1$) приводит к более короткому фокусу при одних m и $\gamma = 0$.

Заметим также, что пучок с вихревой составляющей ($n = 1$) в отличие от безвихревого пучка ($n = 0$) будет фокусироваться при $\gamma > 0$, если $m \geq 1$, но из (18) при $m = 1$ следует, что расстояние самофокусировки в два раза меньше, чем (14):

$$z_{\max} = \frac{z_R \gamma}{4}. \quad (20)$$

4. Результаты моделирования

По формуле (9) был проведён расчёт распределения осевой интенсивности при следующих параметрах: длина волны $\lambda = 532$ нм, $w = \lambda$, $n = 0$. На рис. 1 показана осевая интенсивность в относительных единицах. По горизонтальной оси отложены микрометры ($z_R = \pi\lambda$). На рис. 1 кривая 1 показана при $(\gamma, m) = (0, 3)$; кривая 2 – при $(\gamma, m) = (-5, 3)$; кривая 3 – при $(\gamma, m) = (-10, 3)$; кривая 4 – при $(\gamma, m) = (-5, 1)$.

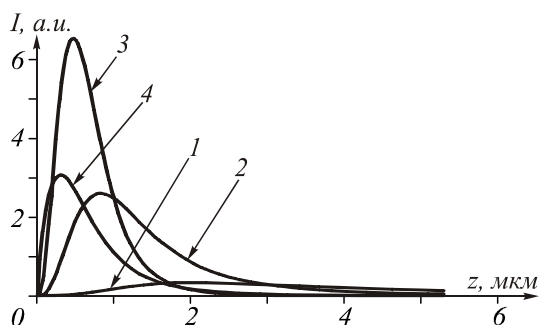


Рис. 1. Осевое распределение интенсивности гипергеометрического пучка с эллиптической поляризацией при $n = 0$ и (γ, m) , равных: $(0, 3)$ (кривая 1); $(-5, 3)$ (кривая 2); $(-10, 3)$ (кривая 3); $(-5, 1)$ (кривая 4)

Из рис. 1 видно, что фокус пучка при $\gamma = 0$ находится на расстоянии $z_{\max} = 2,05$ мкм $= 3,9\lambda$ от начальной плоскости $z = 0$, а фокус пучка при $\gamma = -5$ (кривая 2) – находится на более близком расстоянии $z_{\max} = 0,84$ мкм $= 1,58\lambda$ и значение интенсивности в фокусе при этом в несколько раз больше.

На рис. 2 показаны рассчитанные с помощью FDTD-метода, реализованного в программе FullWAVE (RSoft Design), те же гипергеометрические пучки, что и на рис. 1: усреднённая по времени интенсивность ГГ-пучка ($n = 0$) с линейной поляризацией (E -вектор направлен вдоль оси y) показана в полутонах в плоскости Oxz при $(\gamma, m) = (0, 3)$ (а); $(-5, 3)$ (б).

На рис. 3 показаны осевые сечения интенсивности ГГ-пучков, представленных на рис. 2.

Из сравнения рис. 1 и рис. 3 видно, что строгий электромагнитный расчёт FDTD-методом согласуется с приближенным расчётом по формуле (9). Так, ГГ-пучок с $(\gamma, m) = (0, 3)$ фокусируется на расстоянии $z = 2$ мкм (рис. 3а), а пучок с $(\gamma, m) = (-5, 3)$ фокусируется на расстоянии $z \approx 1$ мкм (рис. 3б), и интенсивность пучка в фокусе на рис. 3б примерно в пять раз больше, чем у пучка на рис. 3а.

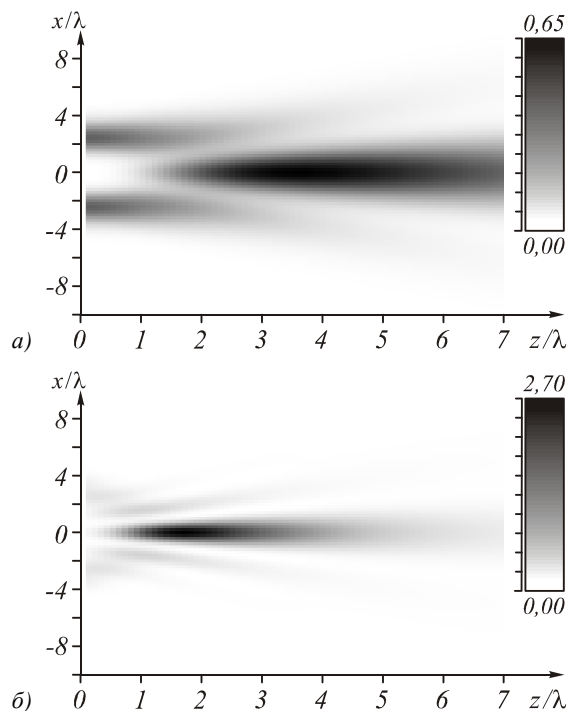


Рис. 2. Усреднённая по времени интенсивность (в полутонах) в плоскости Oxz для ГГ-пучков с $n = 0$, рассчитанная FDTD-методом при (γ, m) : $(0, 3)$ (а); $(-5, 3)$ (б)

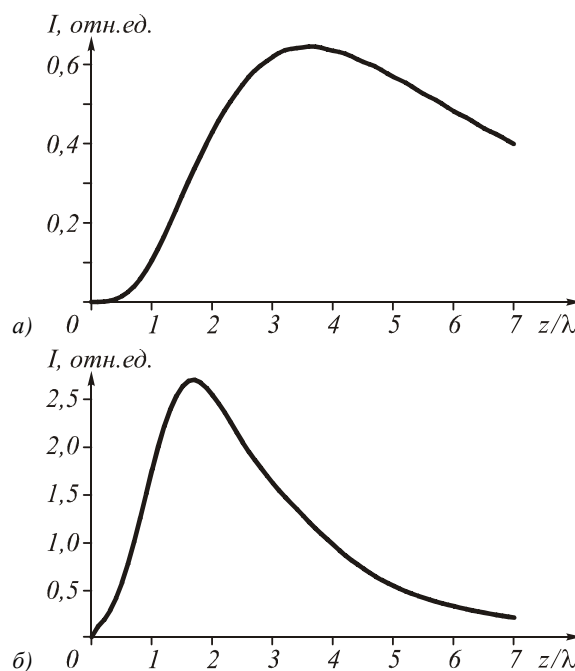


Рис. 3. Осевые сечения интенсивности ГГ-пучков, рассчитанных FDTD-методом и показанных на рис. 2 при $n = 0$ и (γ, m) : $(0, 3)$ (а); $(-5, 3)$ (б)

В Таблице 1 приведены конкретные числовые значения смещения перетяжки и максимальной осевой интенсивности, рассчитанные по формулам (9), (10) и FDTD-методом.

На рис. 4 показано поперечное сечение интенсивности ГГ-пучка при $n = 0$ и $(\gamma, m) = (-10, 3)$ в плоскости $z = 500$ нм.

Таблица 1. Сравнение величин смещения перетяжки и осевой интенсивности в фокусе ГГ-пучка, рассчитанных по приближенным формулам (9), (10) и FDTD-методом

n	γ	m	z_{\max} , мкм	I_{\max} , отн. ед.	
0	0	3	2,05	0,5	Ур. (9), (10)
0	0	3	2	0,6	FDTD
0	-5	3	0,84	2,5	Ур. (9), (10)
0	-5	3	1	2,7	FDTD

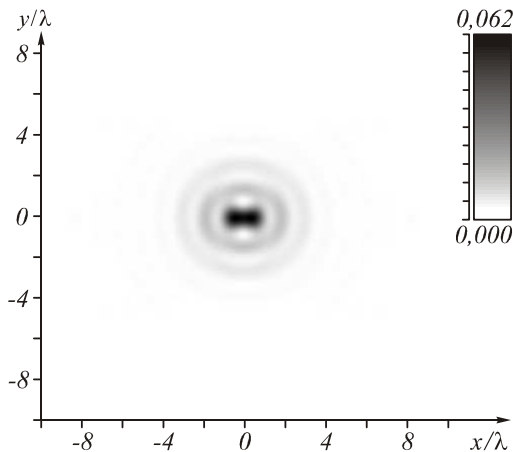


Рис. 4. Усреднённая по времени поперечная интенсивность ГГ-пучка ($n = 0$) в плоскости Oxy при $z = 0,5$ мкм при (γ, m) : $(-10, 3)$, рассчитанная FDTD-методом (E -вектор направлен вдоль оси x)

Из рис. 4 видно, что рассчитанная вблизи фокуса минимальная ширина пучка (по полуспаду интенсивности вдоль оси y) равна $FWHM = 0,4\lambda$.

Заключение

В работе получены следующие результаты:

- в непараксиальном приближении получены явные аналитические выражения для трёх проекций вектора напряжённости электрического поля гипергеометрического лазерного пучка;
- для ГГ-пучков с топологическим зарядом $n = 0$, 1 получены явные формулы осевой интенсивности, из которых следует, что положение перетяжки зависит от параметров (γ, m) ГГ-пучка и смещено от начальной плоскости $z = 0$;
- получены формулы для расчёта величины смещения перетяжки пучка (фокусного расстояния).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), грантов Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-7414.2010.9) и молодого кандидата наук (МК-64571.2010.2).

Литература

1. **Kuga, T.** Novel Optical Trap of Atoms with a Doughnut Beam / T. Kuga, Y. Torii, N. Shiokawa, T. Hirano, Y. Shimizu, H. Sasada // Phys. Rev. Lett. – 1997. – Vol. 78. – P. 4713–4716.

2. **Soskin, M.S.**, Singular optics / M.S. Soskin, M.V. Vasnetsov // Progress in Optics. – 2001. – Vol. 41.

3. **Bandres, M.** Circular beams / M. Bandres, J. Gutierrez-Vega // Opt. Lett. – 2008. – Vol. 33. – P. 177-179.

4. **Kotlyar, V.V.** Family of hypergeometric laser beams / V. Kotlyar, A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. A. – 2008. – Vol. 25. – P. 262-270.

5. **Cai, Y.** Hollow Gaussian beams and their propagation properties / Y. Cai, X. Lu, Q. Lin // Opt. Lett. – 2003. – Vol. 28. – P. 1084-1086.

6. **Zeng-Hui, G.** Nonparaxial Dark-Hollow Gaussian Beams / Gao Zeng-Hui, Lü Bai-Da // Chinese Phys. Lett. – 2006. – Vol. 23(1). – P. 106-109.

7. **Kotlyar, V.V.** Nonparaxial propagation of a Gaussian optical vortex with initial radial polarization / V. Kotlyar, A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. A. – 2010. – Vol. 27. – P. 372-380.

8. **Shin, Y.** Diffraction-limited dark laser spot produced by a hollow optical fiber / Y. Shin, K. Kim, J. Kim, H. Noh, W. Jhe, K. Oh, U. Paek // Opt. Lett. – 2001. – Vol. 26. – P. 119-121.

9. **Lopez-Mago, D.** Propagation of Whittaker-Gaussian beams / D. Lopez-Mago, M.A. Bandres, J.C. Gutierrez-Vega // Proc. SPIE -2009. – Vol. 7430. – P. 743013-8.

10. **Bandres, M.A.** Higher-order moments and overlaps of rotationally symmetric beams / M.A. Bandres, D. Lopez-Mago, J.C Gutierrez-Vega // J. Opt. -2010. – Vol. 12(1). – P. 015706 (10pp).

11. **Gradshteyn, I.S.** Table of Integrals, Series, and Products / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik – Elsevier, 2007.

12. Handbook of Mathematical Functions / edited by M. Abramowitz, I.A. Stegun – National Bureau of Standards, Washington, DC, 1964. – 1044 p.

13. **Lit, J.W.Y.** Focal depth of a transmitting axicon / J.W.Y. Lit, R. Tremblay // J. Opt. Soc. Am. – 1973. – Vol. 63(4). – P. 445-449.

References

1. **Kuga, T.** Novel Optical Trap of Atoms with a Doughnut Beam / T. Kuga, Y. Torii, N. Shiokawa, T. Hirano, Y. Shimizu, H. Sasada // Phys. Rev. Lett. – 1997. – Vol. 78. – P. 4713–4716.

2. **Soskin, M.S.**, Singular optics / M.S. Soskin, M.V. Vasnetsov // Progress in Optics. – 2001. – Vol. 41.

3. **Bandres, M.** Circular beams / M. Bandres, J. Gutierrez-Vega // Opt. Lett. – 2008. – Vol. 33. – P. 177-179.

4. **Kotlyar, V.V.** Family of hypergeometric laser beams / V. Kotlyar, A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. A. – 2008. – Vol. 25. – P. 262-270.

5. **Cai, Y.** Hollow Gaussian beams and their propagation properties / Y. Cai, X. Lu, Q. Lin // Opt. Lett. – 2003. – Vol. 28. – P. 1084-1086.

6. **Zeng-Hui, G.** Nonparaxial Dark-Hollow Gaussian Beams / Gao Zeng-Hui, Lü Bai-Da // Chinese Phys. Lett. – 2006. – Vol. 23(1). – P. 106-109.

7. **Kotlyar, V.V.** Nonparaxial propagation of a Gaussian optical vortex with initial radial polarization / V. Kotlyar, A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. A. – 2010. – Vol. 27. – P. 372-380.

8. **Shin, Y.** Diffraction-limited dark laser spot produced by a hollow optical fiber / Y. Shin, K. Kim, J. Kim, H. Noh, W. Jhe, K. Oh, U. Paek // Opt. Lett. -2001. – Vol. 26. – P. 119-121.

9. **Lopez-Mago, D.** Propagation of Whittaker-Gaussian beams / D. Lopez-Mago, M.A. Bandres, J.C. Gutierrez-Vega // Proc. SPIE – 2009. – Vol. 7430. – P. 743013-8.

10. **Bandres, M.A.** Higher-order moments and overlaps of rotationally symmetric beams / M.A. Bandres, D. Lopez-Mago, J.C Gutierrez-Vega // *J. Opt.* – 2010. – Vol. 12(1). – P. 015706 (10pp).
11. **Gradshteyn, I.S.** Table of Integrals, Series, and Products / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik – Elsevier, 2007.
12. Handbook of Mathematical Functions / edited by M. Abramowitz, I.A. Stegun – National Bureau of Standards, Washington, DC, 1964. – 1044 p.
13. **Lit, J.W.Y.** Focal depth of a transmitting axicon / J.W.Y. Lit, R. Tremblay // *J. Opt. Soc. Am.* – 1973. – Vol. 63(4). – P. 445-449.

SELF-FOCUSING OF HYPERGEOMETRIC LASER BEAMS

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}

¹ S.P. Korolyov Samara State Aerospace University,

² Image Processing Systems Institute of the RAS

Abstract

We have obtained explicit nonparaxial expressions for three components of the electric vector of the hypergeometric laser beam (HyG-beam). For HyG-beams with topological charge $n = 0, 1$ explicit expressions for on-axis intensity have been derived and it follows that position of the beam waist depends on HyG-beam parameters (γ, m) and is displaced from the input plane $z = 0$. Such displacement of maximal on-axis intensity has been called self-focusing of the HyG-beam and formulae for this displacement (focusing distance) have been obtained. Numerical simulation of HyG-beam propagation with $n = 0$ has been done by the FDTD-method and it is shown that displacement of beam waist and on-axis intensity are in good accordance with values predicted by approximate formulae.

Key words: vortex laser beam, hypergeometric laser beam, nonparaxial diffraction, on-axis intensity, displacement of laser beam waist, self-focusing.

Сведения об авторах



Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и, по совместительству, профессор кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. **E-mail:** kotlyar@smr.ru.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences and professor of Computer Science Department at Samara State Aerospace University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in physics and mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE and OSA member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, optical vortices. **E-mail:** kotlyar@smr.ru.



Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2005 год), является научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН), докторантом кафедры технической кибернетики СГАУ. Ковалёв А.А. – специалист в области дифракционной оптики и нанофотоники. В списке научных работ 50 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика, фотонно-кристаллические устройства. **E-mail:** alanko@smr.ru.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from the S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics. He received his Candidate in Physics & Maths degree (2002). He is a researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of assistant at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is a specialist in such areas as diffractive optics and nanophotonics. He is co-author of 50 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices. **E-mail:** alanko@smr.ru.

Поступила в редакцию 3 сентября 2010 г.