

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ, РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

ОЦЕНКА ОПТИМАЛЬНОГО НОМЕРА ОСТАНОВА ИТЕРАЦИЙ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИСКАЖАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Жданов А.И., Иванов А.А.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва

Аннотация

Исследуется задача идентификации модели искажающей системы с использованием итерационных методов. В качестве параметра регуляризации задачи используется номер останова. Исследуется качество идентификации модели искажающей системы при наблюдении точного входного и возмущённого выходного сигналов. Предлагается способ выбора стабилизирующего функционала задачи и учёта нелинейных ограничений вне итерационного процесса.

Ключевые слова: идентификация модели, оптимальный номер останова, параметр регуляризации, стабилизирующий функционал, алгоритм наискорейшего спуска

Введение

Решение задачи идентификации модели искажающей системы часто необходимо при проведении научных исследований и технических испытаний различных устройств. Как правило, идентификация системы используется для оценки качества работы оборудования с целью обнаружения неполадок и при их наличии коррекции выходных данных.

При невозможности устранения неполадки на аппаратном уровне, например, в устройствах дистанционного зондирования Земли, часто прибегают к созданию цифровых корректирующих систем, позволяющих устранить последствия работы неисправной техники на уровне выходных данных.

Из-за погрешностей наблюдения за реакцией системы, больших объёмов статистических данных, задача идентификации почти всегда плохо обусловлена. Улучшение обусловленности задачи возможно, например, за счёт отбора информативных данных [1-2].

Для систем, допускающих линейное приближение, ставится задача решения стохастической системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [3-4]. В предлагаемой работе исследуется способ получения вычислительно устойчивых решений задачи идентификации линейной системы, основанный на применении итерационных методов, обладающих свойством регуляризации [5-6].

1. Постановка задачи идентификации

Рассмотрим уравнение линейной искажающей системы типа свёртки

$$y(n) = \sum_{k \in D} h(k) \cdot x(n-k), \quad (1)$$

где $x(n)$ и $y(n)$ – входной и выходной сигналы, соответственно, $h(n)$ – импульсная характеристика (ИХ) искажающей системы, заданная на конечной области определения D .

Уравнение (1) имеет запись в виде СЛАУ $X \cdot h = y$, где X – теплицева матрица, составленная из отсчётов входного сигнала. В случае двумерной

свёртки (1) матрица X блочно теплицева с теплицевыми блоками. Положим, что сигналы x и y размера M , а ИХ состоит из N отсчётов, при этом $M \gg N$, где N – нечётно.

Наблюдение выходного сигнала производится неточным образом. Вместо y наблюдают $\tilde{y} = y + \Delta y$, где Δy – реализация вектора случайных величин и $E(\Delta y_i) = 0$, $D(\Delta y_i) = \xi^2 < \infty$. Тогда СЛАУ имеет вид

$$\tilde{y} = X \cdot h + \Delta y, \quad X \in R^{M \times N}, \quad h \in R^N, \quad \tilde{y} \in R^M. \quad (2)$$

Решение СЛАУ (2) \hat{h} является оценкой решения h точной задачи.

Возмущённая постановка задачи идентификации совпадает с постановкой задачи классического регрессионного анализа [7]. Метод наименьших квадратов (МНК) для задачи (2) позволяет получить оценку \hat{h} , наилучшую в классе линейных несмещённых оценок, но неустойчивую в случае плохой обусловленности матрицы X , т.е. $E \|\hat{h}\|^2 \gg \|h\|^2$.

Решение СЛАУ (2) определим, как решение задачи $\hat{h} = \inf \|h\|$ на множестве $\Omega = \{h : Q(h) = Q_{\min}\}$, где $Q_{\min} = \inf_{h \in R^N} Q(h)$ и $Q(h) = \|X \cdot h - \tilde{y}\|^2$, а $\|\cdot\|$ – евклидова норма.

Под обусловленностью задачи идентификации будем понимать число обусловленности для задачи псевдообращения матрицы X , в дальнейшем – просто число обусловленности матрицы X , определяемое в [3] как $k_2(X) = \|X\| \cdot \|X^+\| = \sigma_1 \cdot \sigma_N^{-1}$, где σ_i – сингулярные (или главные) числа матрицы X , а X^+ – псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Также отметим, что матрица X имеет полный столбцовый ранг равный N и $k_2(X) < \infty$.

При больших размерностях СЛАУ использование прямых методов может быть затруднительно по причине ограничения на доступную оперативную

память ЭВМ. В этом случае оказывается эффективным применение различных итерационных методов, одно из преимуществ которых – возможность учёта нелинейных ограничений искомого решения.

Однако в случае плохой обусловленности матрицы СЛАУ большинство итерационных методов [8] имеют медленную сходимость. Более того, при наличии возмущений вектора правой части предельная точка итераций часто сколь угодно далека от искомого решения.

2. Номер останова как параметр регуляризации

Типичным поведением итерационного приближения является убывание невязки решения, при этом ошибка, начиная с некоторого n_{opt} , неограниченно растёт. Общей проблемой применения итерационных методов для решения возмущённых СЛАУ является выбор номера останова, близкого к n_{opt} , позволяющего обеспечить вычислительную устойчивость результата.

Далее, в качестве показателя интенсивности возмущений выходного сигнала, будем использовать соотношение шум-сигнал $\delta = D(\Delta y) \cdot D(y)^{-1} \cdot 100\%$.

На рис. 1 показаны результаты идентификации ИХ системы при $\delta = 0\%$ (рис. 1а) и в случае возмущений (рис. 1б) при $\delta = 3\%$. Для решения задачи применялся итерационный метод наискорейшего спуска (НС) с критерием останова $\|h^{i+1} - h^i\| \leq 10^{-8}$. Решение точной задачи (рис. 1а) при этом требует 1000 итераций. При таком же количестве итераций приводится решение приближенной задачи (рис. 1б).

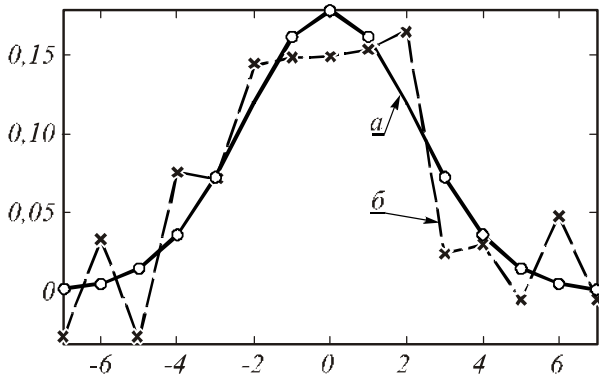


Рис. 1. Решение точной задачи (а) и оценка решения (б) по возмущённым данным

Рассмотрим ошибку решения задачи идентификации

$$\Delta(n) = \|h^{(n)} - h\|^2, \tag{3}$$

где h – псевдорешение СЛАУ (2) при отсутствии возмущений $\Delta y = 0$, а $h^{(n)}$ – итерационное приближение на шаге n решения СЛАУ (2). Оптимальным номером останова итераций будем называть величину

$$n_{opt} = \arg \min_{n \in N} \Delta(n). \tag{4}$$

Очевидно, что непосредственная минимизация функционала (3) невозможна ввиду отсутствия априорной информации о Δy . Необходимое условие [5] того, чтобы итерационный алгоритм обладал свойством регуляризации, имеет вид

$$\|h^{(n_{opt})} - h\| \rightarrow 0, \text{ при } \|\Delta y\| \rightarrow 0. \tag{5}$$

Рассмотрим регуляризованную систему нормальных уравнений для СЛАУ (2)

$$(X^T \cdot X + \alpha \cdot I) \cdot h_{\alpha}^{(n)} = X^T \cdot \tilde{y}, \alpha \in (0, +\infty], \tag{6}$$

где α – параметр регуляризации, а I – единичная матрица размера N . Тогда с использованием принципа невязки [6] можно установить связь между параметром регуляризации α и номером останова итераций n

$$\|X \cdot h_{\alpha}^{(n)} - \tilde{y}\| = \|X \cdot h^{(n)} - \tilde{y}\|. \tag{7}$$

При этом малые номера останова n соответствуют крайне большим значениям параметра α и наоборот.

3. Оценивание номера оптимальной итерации на основе функции перекрёстной значимости

В работе [5] предлагается оценивать оптимальный номер останова итераций на основе функции перекрёстной значимости (cross-validation method) [9]. Данный метод выбора параметра α не требует априорной информации о возмущениях в задаче. Суть состоит в минимизации функционала

$$V(\alpha) = \frac{1}{M} \cdot \|(I - A(\alpha)) \cdot \tilde{y}\|^2 \cdot \left[\frac{1}{M} \text{Trace}(I - A(\alpha)) \right]^{-2} \tag{8}$$

по параметру α .

$$A(\alpha) = X \cdot (X^T \cdot X + \alpha E)^{-1} \cdot X^T.$$

Очевидно, что минимизация $V(\alpha)$ связана с большим количеством затрат вычислительных ресурсов ЭВМ.

Рассмотрим алгоритм НС, последовательность приближений $h^{(n)}$ которого определяется соотношениями

$$h^{(n+1)} = h^{(n)} - \beta_n \cdot g^{(n)}, g^{(n)} = -X^T \cdot (\tilde{y} - X \cdot h^{(n)}), \tag{9}$$

$$\beta_n = \frac{\|g^{(n)}\|^2}{\|X \cdot g^{(n)}\|^2}. \tag{10}$$

Необходимо отметить, что у этого метода есть серьёзный недостаток – при нахождении каждого следующего приближения требуется две трудоёмкие операции умножения. В [8] показан приём того, как можно избежать двукратного умножения.

Подобно [5] через $e^{(n)} = \tilde{y} - X \cdot h^{(n)}$ обозначим вектор невязки и введём матрицу невязки $E^{(n)} \in R^{M \times M}$, позволяющую выразить вектор невязки в виде $e^{(n)} = E^{(n)} \cdot \tilde{y}$. Показано, что для алгоритма наискорейшего спуска матрица невязки представима в виде

$$E^{(n+1)} = (I - \beta_n \cdot X \cdot X^T) \cdot E^{(n)}. \quad (11)$$

В итоге, для итерационных алгоритмов функционал (8) имеет вид

$$U(n) = \frac{1}{M} \cdot \|E^{(n)} \cdot \tilde{y}\|^2 \cdot \left[\frac{1}{M} \text{Trace}(E^{(n)}) \right]^2. \quad (12)$$

В [5] значение $n_U = \arg \min_n U(n)$ рассматривается как оценка оптимального номера останова n_{opt} .

4. Оценивание номера оптимальной итерации на основе регуляризованного решения с несмещённым квадратом длины

В работе [10] указывается, что среднеквадратическая погрешность $E\|\hat{h} - h\|^2$ вызывается смещением квадрата длины, т.е. величиной $E\|\hat{h}\|^2 - \|h\|^2$ и рассматривается класс оценок с несмещённым квадратом длины $\mathcal{E} = \{\hat{h} \mid E\|\hat{h}\|^2 = \|h\|^2\}$.

Неравенство

$$E[Q_{\min}] = (M - N) \cdot \xi^2 < \inf_{h \in R^N} E[Q(\hat{h})] = E[Q(X^+ \cdot y)] = M \cdot \xi^2, \quad (13)$$

показывает, что использование МНК приводит к «дефекту» средней величины суммы квадратов невязок. В результате естественно определить регуляризованные оценки \hat{h} , для которых $E[Q(\hat{h})] = M \cdot \xi^2$. С целью устранения этого дефекта в [10] предлагается определять регуляризованные оценки из совместного решения уравнений (6) и

$$Q(\hat{h}) = Q_{\min} + \gamma. \quad (14)$$

Параметр γ предлагается выбирать как

$$\gamma = N \cdot (M - N)^{-1} \cdot Q_{\min}. \quad (15)$$

Очень просто реализовать решение уравнений (6) и (14) с использованием итерационных методов, основываясь на том факте, что при $n \rightarrow \infty$, $Q(\hat{h}^{(n)}) \rightarrow Q_{\min}$. В итоге, оценка оптимального номера останова имеет вид $n_\gamma = \arg \min_n (Q(\hat{h}^{(n)}) + \gamma)$.

5. Обсуждение численных методов

Вычисление n_γ не требует априорной информации об искажающей системе, однако необходимо предварительно вычислить величину Q_{\min} , что эквивалентно решению СЛАУ (2). Формально

$$Q_{\min} = \|(X \cdot X^+ - I) \cdot \tilde{y}\|^2 = (M - N) \cdot \xi^2. \quad (16)$$

Выражение (16) указывает способ вычисления Q_{\min} . В случае, если информация о дисперсии возму-

щений вектора правой части отсутствует, то значение (16) можно вычислить различными методами из [11].

В данной работе величина Q_{\min} вычисляется простым образом – с использованием определения псевдообратной матрицы $X^+ = X^T \cdot (X \cdot X^T)^{-1}$. Необходимо отметить, что для вычисления псевдообратных матриц разработаны алгоритмы Гревилля и Бен-Израэля, описание которых дано в [3]. В задаче идентификации искажающих систем часто необходимо определить дисперсию аддитивной шумовой составляющей. Выражение (16) позволяет точно определить ξ^2 при известных входном и выходном сигналах.

Рассмотрим СЛАУ (6), где вместо единичной матрицы I используется некоторая положительно определённая матрица S

$$(X^T \cdot X + \alpha \cdot S) \cdot \hat{h}_\alpha = X^T \cdot \tilde{y}, \alpha \in (0, +\infty]. \quad (17)$$

В случае (17) методы, описанные в разделах 3 и 4, оказываются инвариантными относительно выбора матрицы S . Последнее не позволяет рассматривать номер останова, как параметр регуляризации задачи идентификации, связанный с α соотношением (7).

Запишем разложение Холецкого матрицы $S = R^T \cdot R$, где R – верхнетреугольная матрица. Тогда СЛАУ (17) можно привести к каноническому виду с единичной матрицей следующим образом

$$\begin{aligned} (X^T \cdot X + \alpha \cdot R^T \cdot R) \cdot \hat{h}_\alpha &= X^T \cdot \tilde{y}, \\ R^{-T} \cdot (X^T \cdot X + \alpha \cdot R^T \cdot R) \cdot \hat{h}_\alpha &= R^{-T} \cdot X^T \cdot \tilde{y} \Rightarrow \\ \Rightarrow (R^{-T} \cdot X^T \cdot X + \alpha \cdot R) \cdot \hat{h}_\alpha &= R^{-T} \cdot X^T \cdot \tilde{y} \Rightarrow \\ \Rightarrow (R^{-T} \cdot X^T \cdot X \cdot R^{-1} + \alpha \cdot I) \cdot R \cdot \hat{h}_\alpha &= R^{-T} \cdot X^T \cdot \tilde{y}. \end{aligned}$$

Введём обозначение $X \cdot R^{-1} = \bar{X}$ и $R \cdot \hat{h}_\alpha = \bar{h}_\alpha$, тогда решение СЛАУ (17) эквивалентно последовательному решению СЛАУ

$$(\bar{X}^T \cdot \bar{X} + \alpha \cdot I) \cdot \bar{h}_\alpha = \bar{X}^T \cdot \tilde{y} \quad (18)$$

и

$$R \cdot \hat{h}_\alpha = \bar{h}_\alpha. \quad (19)$$

При этом решение СЛАУ (18) предлагается искать итерационными методами с оценкой оптимального номера останова итераций n_U или n_γ . Полученное решение $\hat{h}^{(n)}$ корректируется до $\hat{h}^{(n)}$ СЛАУ (19) с верхнетреугольной матрицей R .

Этап решения уравнения (19) может включать учёт априорной информации о ИХ искажающей системы. Если известно, что ИХ неотрицательна, то решение (19) необходимо искать в смысле МНК с ограничением на неотрицательность. Соответствующий метод NLSQ описан в [11]. Переопределение СЛАУ (19) единичной строкой позволит учесть нормировку искомой оценки. Таким образом, появляется возможность учёта различных нелинейных ограничений не только в ходе итерационного про-

цесса, но, что предпочтительней, – после его окончания. Отметим, что переход от матрицы X к матрице \bar{X} определяет детерминированное предсказание входного сигнала x .

6. Выбор стабилизирующего функционала

Под регуляризованным решением СЛАУ (17) понимается

$$\hat{h}_\alpha = \arg \min_{\bar{h} \in \mathbb{R}^N} \left(\|X \cdot \bar{h} - \tilde{y}\|_2^2 + \alpha \cdot \|S \cdot \bar{h}\|_2^2 \right),$$

где последнее слагаемое называют стабилизирующим функционалом [6,12], который определяет матрица S . Авторы предлагают выбрать в качестве матрицы S дискретный аналог дифференцирующего оператора S_{diff} . Для одномерных сигналов S_{diff} определяется ленточной матрицей с шириной ленты, равной трём. В случае двумерных сигналов предлагается выбрать матрицу S_{diff} как дискретный аналог оператора $\frac{\partial[\cdot]}{\partial v_1} + \frac{\partial[\cdot]}{\partial v_2}$, где v_1 и v_2 – переменные по перпендикулярным направлениям.

Укажем вид предлагаемой матрицы S_{diff} для одномерного случая (случай двух координат крайне громоздок)

$$S_{diff}^{1D} = \text{diag}(-1, \dots, -1; -1) + \text{diag}(3, \dots, 3; 0) + \text{diag}(-1, \dots, -1; 1), \tag{20}$$

где $\text{diag}(\bar{a}; i)$ – обозначает матрицу, у которой на диагонали с номером i расположен вектор \bar{a} . Известно, что осцилляции восстановленной ИХ преобладают на краях решения, поэтому целесообразно «прижимать» края регуляризованного решения. Для этих целей предлагается использовать $S = S_{diff} + P$, где в одномерном случае матрица $P = \text{diag}(p, 0, \dots, 0, p; 0)$, $p > 0$.

7. Вычислительные эксперименты идентификации ИХ

Исследование применения на практике рассматриваемых методов приводится как для одномерных, так и для двумерных тестовых сигналов из [13, 14] при δ , равной 1%, 5%, 10% (рис. 2, 3). Предполагается, что входной сигнал задан точно, то есть возмущения матрицы X отсутствуют. Истинная ИХ искажающей системы изображена на рис. 4.

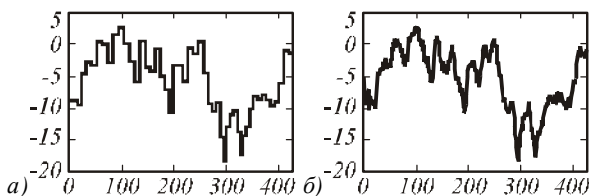


Рис. 2. Тестовые входной (а) и выходной (б) одномерные сигналы. Выходной сигнал для случая $\delta = 1\%$

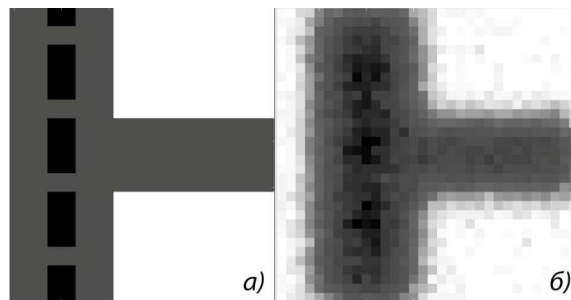


Рис. 3. Тестовые входное (а) и выходное (б) изображения. Выходное изображение для случая $\delta = 1\%$. Показано в инвертированных цветах

Ошибка восстановления ИХ вычисляется по формуле

$$\epsilon_n = \|\hat{h}^{(n)} - h\|_2. \tag{21}$$

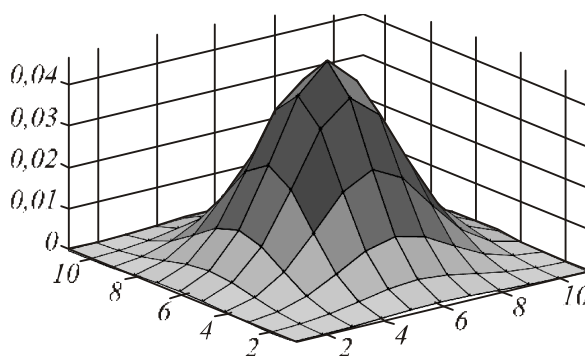


Рис. 4. Истинная гауссообразная ИХ искажающей системы

На рис. 5 изображены восстановленные ИХ при уровне шума 5%.

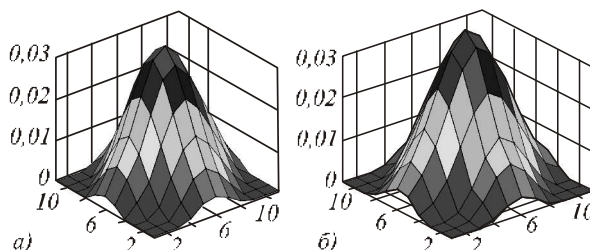


Рис. 5. Восстановленные ИХ для n_γ (а) и n_ν (б) при уровне шума $\delta = 5\%$

В таблице 1 приводится сравнение качества восстановления ИХ двумя методами, отличающимися оценкой оптимального номера останова итераций.

Оптимальное значение номера останова вычислялось по формуле (4). Обозначения t_γ и t_ν – время (в секундах), необходимое для восстановления ИХ.

Таблица 1. Показатели качества оценки ИХ по изображениям на рис. 3.

δ	n_{opt}	n_γ	n_ν	t_γ	t_ν	ϵ_{n_γ}	ϵ_{n_ν}
1%	336	81	179	13	188	0,029	0,026
5%	55	15	41	3	46	0,036	0,033
10%	35	6	23	1,6	28	0,039	0,034

Для одномерной искажающей системы истинная ИХ изображена на рис. 6а. Восстановленные по сигналам на рис. 2 ИХ для уровня шума 5% приведены на рис. 6б, в.

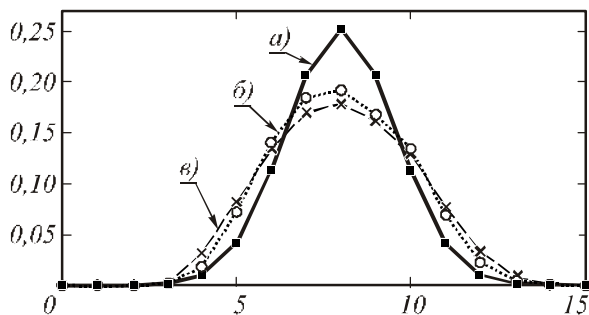


Рис. 6. Истинная ИХ (а), восстановленные ИХ для n_γ (б) и n_U (в) и при уровне шума $\delta = 5\%$

В таблице 2 приводится сравнение исследуемых методов.

Таблица 2. Показатели качества оценки ИХ по тестовым сигналам на рис. 2

δ	n_{opt}	n_γ	n_U	t_γ	t_U	ϵ_{n_γ}	ϵ_{n_U}
1	557	156	447	0,09	39	0,076	0,06
5	182	38	173	0,02	15	0,11	0,09
10	79	26	138	0,01	12	0,12	0,10

8. Обсуждение результатов

Как показывают вычислительные эксперименты, предлагаемый выбор стабилизирующего функционала позволяет существенно уменьшить осцилляции краёв искомого решения. Учёт нелинейного ограничения на неотрицательность ИХ можно было бы осуществлять на каждой итерации метода с использованием проектирования, что не влияет на скорость сходимости метода в принципе, однако изменяет скорость сходимости. Ввиду того, что ограничение нелинейное, провести формальный анализ скорости сходимости метода в этом случае не представляется возможным. В работе ограничение на неотрицательность ИХ учитывается после завершения итерационного процесса при решении СЛАУ (18). Таким образом, оценка скорости итерационного метода (9)-(10) из [8] остается неизменной.

Результаты, приведенные в таблицах 1 и 2, показывают, что оценка оптимального номера останова n_U гораздо ближе к n_{opt} , чем n_γ . Однако, вычисление номера n_U неэффективно в смысле необходимых затрат ресурсов ЭВМ. Более того, использование n_U становится невозможным, начиная с некоторой размерности сигналов. Так при размерности изображения более 64×64 пикселя возникают существенные затруднения при хранении матрицы невязки в оперативной памяти ЭВМ. В этом ключе выгодно отличается оценка n_γ , так как не требует громоздких матричных умножений на каждой итерации. Более того, при исполь-

зовании номера останова n_γ итерационный метод НС может быть записан в спектральной форме, что позволит избежать операций умножения матриц вообще и перейти к умножению спектров подобно алгоритму Ван Циттерта. Коэффициент метода НС β_n также может быть вычислен в спектральной области с использованием обычного равенства Парсеваля.

На рис. 7а приведены графики зависимости величины ϵ_{n_γ} (рис. 7а, кривая 1) и ϵ_{n_U} (рис. 7а, кривая 2) от уровня шума δ для задачи идентификации ИХ по сигналам на рис. 2. На рис. 7б показаны зависимости $t_\gamma(\delta)$ (рис. 7б, кривая 1) и $t_U(\delta)$ (рис. 7б, кривая 2), значения указаны в секундах.

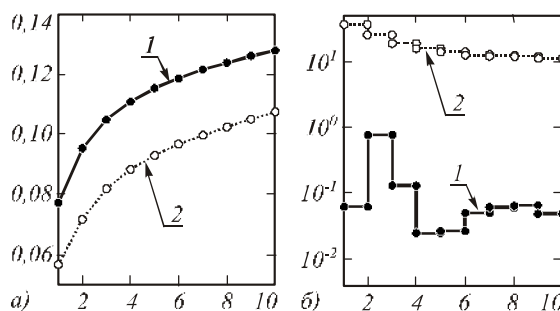


Рис. 7. Зависимость ошибок ϵ_{n_γ} , ϵ_{n_U} (а) и времени восстановления t_γ , t_U (б) от уровня шума δ

Таким образом, использование оценки оптимального номера останова на основе функции перекрёстной значимости оказывается неприменимым на практике ввиду большого количества затрат ресурсов ЭВМ. Разумный компромисс между точностью и ресурсоёмкостью демонстрирует оценка оптимального номера останова n_γ .

Заключение

На практике часто входной сигнал отсутствует или задаётся неточно, при этом в постановке задачи идентификации матрица X становится возмущённой. Для кусочно-постоянных сигналов возможно с определённой точностью по выходному сигналу оценить входной с использованием методов фильтрации, например, [14]. Рассматриваемые алгоритмы могут быть применены и в этом случае, однако вопрос о качестве восстановления остаётся открытым.

Главным преимуществом оценивания оптимального номера останова итераций на основе регуляризованного решения с несмещённым квадратом длины является существование «быстрого» алгоритма и незначительные требования к объёму оперативной памяти ЭВМ. Предлагаемая работа может иметь развитие в задачах восстановления сигналов при известной модели искажающей системы.

Благодарности

Авторы выражают благодарность сотрудникам лаборатории математических методов обработки

изображений ИСОИ РАН за обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 10-01-00723-а).

Литература

1. **Фурсов, В.А.** Анализ точности и построение алгоритмов идентификации по малому числу наблюдений / В.А. Фурсов // Изв. АН СССР, Техн. кибернетика. – 1991. – № 6. – С. 130-135.
2. **Фурсов, В.А.** Идентификация оптических искажающих систем с отбором информативных фрагментов изображений / В.А. Фурсов // Компьютерная оптика. – 1995. – № 14-15. – С. 78-79.
3. **Жданов, А.И.** Введение в методы решения некорректных задач: учеб. пособие Ч.1 / А.И. Жданов – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосмич. ун-та, 2006. – 87 с.
4. **Жданов, А.И.** Введение в методы решения некорректных задач: учеб. пособие, 2 часть: / А.И. Жданов. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. – 79 с.
5. **Воскобойников, Ю.Е.** Выбор момента останова в итерационных алгоритмах восстановления сигналов и изображений / Ю.Е. Воскобойников, Л.А. Литвинов // Автометрия. – 2004. – Т. 40, № 4. – С. 3-10.
6. **Морозов, В.А.** Регулярные методы решения некорректно поставленных задач / В.А. Морозов. – М.: Наука. 1987. – 240 с.
7. **Альберт, А.** Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание / А. Альберт. – М.: Наука, 1977.
8. **Бахвалов, Н.С.** Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – 4-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 636 с.
9. **Golub, G.H.** Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter / G.H. Golub, M. Heath, G. Wahba // Technometrics. – 1979. – V. 21, N 2. – P. 215-222.
10. **Жданов, А.И.** Оптимальная регуляризация решений приближенных стохастических систем линейных алгебраических уравнений / А.И. Жданов // ЖВМ и МФ. – 1990. – Т. 29, № 10. – С. 1588-1593.
11. **Лоунсон, Ч.** Численное решение задач метода наименьших квадратов / Ч. Лоунсон, Р. Хенсон. – М.: Наука, 1986.
12. **Тихонов, А.Н.** Методы решения некорректных задач: Уч. пособие / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука. 1986. – 288 с.
13. **Фурсов, В.А.** Идентификация моделей систем формирования изображений по малому числу наблюдений / В.А. Фурсов. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 1998. – 218 с.
14. **Маслов, А.М.** Идентификация линейной искажающей системы с использованием ранговой обработки сигнала

лов / А.М. Маслов, В.В. Сергеев // Компьютерная оптика. – 1990. – № 6. – С. 97-102.

References

1. **Fursov, V.A.** Analysis of the accuracy and the construction of identification algorithms on the small number of observations / V.A. Fursov // Math. USSR, Tech. cybernetics. – 1991. – N 6. – P. 130-135. – (in Russian).
2. **Fursov, V.A.** Identification of optical systems distort the selection of informative image fragments / V.A. Fursov // Computer Optics. – 1995. – N 14-15. – P. 78-79. – (in Russian).
3. **Zhdanov, A.I.** Introduction to methods of solving ill-posed problems: proc. allowance Part 1/ A.I. Zhdanov – Samara, acad. SSAU, 2006. – 87 p. – (in Russian).
4. **Zhdanov, A.I.** Introduction to methods of solving ill-posed problems: proc. allowance Path 2/ A.I. Zhdanov – Samara, acad. SSAU, 2007. – 79 p. – (in Russian).
5. **Voskoboynikov, Yu. E.** The timing of shutdown in iterative reconstruction algorithms rations signals and of images / Yu.E.Voskoboynikov, L.A. Litvinov // Avtometriya. – 2004. – V. 40, N 4. – P. 3-10. – (in Russian).
6. **Morozov V.A.** Methods for Solving Incorrectly Posed Problems / V.A. Morozov. – M.: Nauka, 1987. – 240 p. – (in Russian).
7. **Albert, A.** Regression and the Moore-Penrose pseudo-inverse / Academic Press, New York. N. Y., 1972.
8. **Bakhvalov, N.S.** Numerical Analysis / N.S. Bakhvalov, N.P. Zhidkov, G.M. Kobel'kov. – M.: BINOM. Knowdge Lab, 2006. – 636 p. – (in Russian).
9. **Golub, G.H.** Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter / G.H. Golub, M. Heath, G. Wahba // Technometrics. – 1979. – V. 21, N 2. – P. 215-222.
10. **Zhdanov, A.I.** Optimal regularization of approximate solutions of stochastic systems of linear algebraic equations / A.I. Zhdanov // Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 1990. – V. 29, - N 10. – P. 1588-1593. – (in Russian).
11. **Lounson, C.** Numerical solution of the method of least-squares / Ch. Lounson, R. Hanson. – M.: Nauka, 1986. – (in Russian).
12. **Tikhonov, A.N.** Methods for solving ill-posed problems / A.N. Tikhonov, V.Y. Arsenin. – M.: Nauka, 1986. – 288 p. – (in Russian).
13. **Fursov, V.A.** Identification of models of imaging systems for the small number of observations / VA Fursov. - Samara, acad. SSAU, 1998. – 218 p. – (in Russian).
14. **Maslov, A.M.** Identification of linear distorting system using rank-processing of signals / A.M. Maslov, V.V. Sergeev // Computer Optics. – 1990. – N 6. – P. 78-79. – (in Russian).

EVALUATION OF THE OPTIMUM NUMBER STOP ITERATION IN REINSTATEMENT IMPULSE RESPONSE

A.I. Zhdanov, A.A. Ivanov

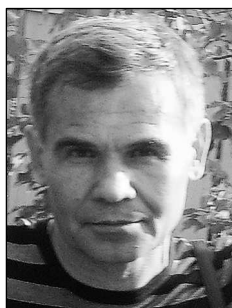
S.P. Korolyov Samara State Aerospace University

Abstract

It is investigated the problem of parametric identification of the distorting system model using iterative methods. It is pointed out that the iteration stop number is a regularizing parameter of the problem. It is proposed ways to evaluate the optimal stop number. It is investigated the identification quality of the distorting system model through monitoring the exact input and perturbed output signals. It is proposed method for choosing problem stabilizing functional and taking into account non-linear constraints outside the iterative process.

Key words: model identification, the optimal stop number, the regularization parameter, the stabilizing functional, the steepest descent algorithm

Сведения об авторах:



Жданов Александр Иванович, 1953 года рождения. Заведующий кафедрой прикладной математики Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва, доктор физико-математических наук, профессор. **E-mail:** zhdanov@ssau.ru.

Область научных интересов: вычислительная математика.

Alexander Ivanovich Zhdanov, born in 1953. Samara State Aerospace University, head of the Chair of Applied Mathematics, Doctor Of Physical and mathematical science, Professor. **E-mail:** zhdanov@ssau.ru.

Area of research: computing mathematics, matrix computations.



Иванов Андрей Александрович, 1988 года рождения, в 2009 году окончил бакалавриат в Самарском государственном аэрокосмическом университете имени академика С.П. Королёва по направлению «Прикладная математика и информатика», обучается там же в магистратуре по направлению «Математические и компьютерные методы обработки изображений». **E-mail:** ssauivanov@gmail.com.

Область научных интересов: математическое моделирование, вычислительная математика, методы обработки изображений.

Andrey Alexandrovich Ivanov, born in 1988, in 2009 graduated baccalaureate of Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov in "Applied Mathematics and Computer Science" course, taught in magistracy at "Mathematical and computer image processing techniques" direction. **E-mail:** ssauivanov@gmail.com.

Area of research: mathematical modeling, computing mathematics, matrix computations, image processing methods.

Поступила в редакцию 10 августа 2010 г.