

ОПТОИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

АСИММЕТРИЧНЫЕ МОДЫ БЕССЕЛЯ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ТИПА И ИХ СУПЕРПОЗИЦИИ

Ковалёв А.А.^{1,2}, Котляр В.В.^{1,2}, Фахриев Р.Ф.²

¹ Институт систем обработки изображений РАН,

² Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ)

Аннотация

Рассмотрены непараксиальные асимметричные моды Бесселя первого и второго типа, которые отличаются от обычной симметричной моды Бесселя действительным смещением по одной декартовой координате и чисто мнимым смещением по другой (по модулю оба смещения одинаковы). Первый и второй тип мод Бесселя отличаются только разными знаками действительного смещения, и поэтому обладают разным орбитальным угловым моментом (ОУМ) (целым или дробным). При сложении или вычитании между собой двух одинаковых асимметричных мод Бесселя первого и второго типа получаются световые пучки с одинаковым целым ОУМ, равным топологическому заряду порождающей моды, и с разными поперечными распределениями интенсивности, которые зависят от величины смещения.

Ключевые слова: непараксиальная мода Бесселя, бездифракционные лазерные пучки, комплексное смещение решения уравнения Гельмгольца, орбитальный угловой момент, асимметричные моды Бесселя.

Введение

В [1–4] рассмотрены непараксиальные асимметричные моды Бесселя (аБ-моды) и параксиальные асимметричные пучки Бесселя–Гаусса. В поперечном сечении этих лазерных пучков распределение интенсивности имеет вид полумесяца. В [5] аБ-моды исследовались экспериментально с помощью цифровой матрицы микрорезеркала (*digital micromirror device*). В [6] по аналогии с [2] (вводя комплексное смещение моды Бесселя) рассмотрены асимметричные пучки Чебышева–Бесселя. В [7] предлагается применять аБ-пучки в качестве акустических вихревых пучков. В [8] исследуются векторные бездифракционные пучки с дробным орбитальным угловым моментом (ОУМ), в том числе асимметричные (Матъе и Вебера), аналогичные [2].

В этой работе показано, что аБ-пучки [2] порождаются обычными симметричными модами Бесселя и Бесселя–Гаусса путём смещения аргумента функции Бесселя в комплексную плоскость. Рассмотрены также асимметричные пучки Бесселя второго типа, отличающиеся от [2] типом комплексного смещения. Рассмотрены также суперпозиции аБ-пучков первого (I) и второго (II) типа, и показано, что, хотя у аБ-пучков обоих типов ОУМ дробный и зависит от параметра асимметрии c , у суммы и разности аБ-пучков I и II типа ОУМ целый и равен топологическому заряду моды Бесселя n при любом значении c . Отсюда следует возможность формировать непараксиальные моды с различным распределением поперечной интенсивности (симметричные или несимметричные) при одинаковом целом ОУМ.

1. Асимметричные моды Бесселя II типа

Рассмотренные ранее аБ-моды имеют вид [2]:

$$E_1(r, \varphi, c) = \left[\alpha r / (\alpha r - 2c \exp(i\varphi)) \right]^{n/2} \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha r (\alpha r - 2c \exp(i\varphi))} \right\} \exp(i n \varphi), \quad (1)$$

где $J_n(x)$ – функция Бесселя первого рода n -го порядка, (r, φ) – полярные координаты, α – масштабный множитель, c – безразмерный коэффициент, в общем случае комплексный. Можно показать, что мода (1) порождается обычной модой Бесселя

$$E_1(r, \varphi, c = 0) = J_n(\alpha r) \exp(in\varphi) \quad (2)$$

при смещении аргумента в комплексную область. Действительно, поле (1) в декартовых координатах имеет вид:

$$E_1(x, y, c) = \left(\frac{x + iy}{x - iy - 2c/\alpha} \right)^{n/2} \times J_n \left\{ \alpha \sqrt{(x + iy)(x - iy - 2c/\alpha)} \right\}. \quad (3)$$

Комплексную амплитуду (3) можно свести к (2) заменой переменных:

$$\begin{cases} y = y' + ic/\alpha, \\ x = x' + c/\alpha. \end{cases} \quad (4)$$

В (4) параметр c будем считать для определённости положительным действительным числом. Смещение моды (2) по горизонтальной оси (x) сопровождается её видоизменением, так как по вертикальной оси (y) смещение в (4) чисто мнимое. Это изменение поперечной структуры интенсивности пучка приводит к тому, что вместо светового кольца мода имеет вид слабого эллипса ($c < 1$), растущего полумесяца ($c > 1$) или астигматического Гауссова пучка ($c \gg 1$). Из (4) видно, что по абсолютной величине и по знаку смещения по осям x и y одинаковы. Но, вообще говоря, это необязательное требование: чтобы мода (2) оставалась модой, смещение по разным декартовым осям может быть по модулю и по знаку разное. Но в дальнейшем, чтобы получать с помощью суперпозиции двух разных мод новые моды Бесселя, ограни-

чимся двумя модификациями пучка (1). Рассмотрим пучок с отрицательным значением параметра $c' = -c$ ($c > 0$). Тогда вместо (1) получим комплексную амплитуду аБ-пучка, который в поперечном сечении интенсивности имеет убывающий полумесяц:

$$E_1(r, \phi, -c) = \left[\frac{\alpha r}{\alpha r + 2c \exp(i\phi)} \right]^{n/2} \times \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha r (\alpha r + 2c \exp(i\phi))} \right\} \exp(in\phi). \quad (5)$$

Рассмотрим другую модификацию пучка Бесселя (1), когда смещения по разным декартовым осям равны по модулю, но разные по знаку:

$$\begin{cases} y = y' + ic/\alpha, \\ x = x' - c/\alpha, \end{cases} \quad (6)$$

тогда получим аБ-пучок II типа, который также в поперечном сечении интенсивности даёт растущий полумесяц, но смещённый по отношению к полумесяцу моды (1) при одинаковых значениях $c > 0$:

$$E_2(x, y, c) = ((x + iy + 2c/\alpha)/(x - iy))^{n/2} \times \times J_n \left\{ \alpha \sqrt{(x - iy)(x + iy + 2c/\alpha)} \right\}. \quad (7)$$

В полярных координатах мода Бесселя II типа (7) будет иметь вид:

$$E_2(r, \phi, c) = \left[\frac{\alpha r + 2c \exp(-i\phi)}{\alpha r} \right]^{n/2} \times \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha r (\alpha r + 2c \exp(-i\phi))} \right\} \exp(in\phi). \quad (8)$$

Зеркальная мода II типа для моды (8) получается аналогично моде (5) с помощью замены параметра c на $-c$:

$$E_2(r, \phi, -c) = \left[\frac{\alpha r - 2c \exp(-i\phi)}{\alpha r} \right]^{n/2} \times \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha r (\alpha r - 2c \exp(-i\phi))} \right\} \exp(in\phi). \quad (9)$$

Асимметричная мода Бесселя (9) имеет поперечное сечение интенсивности в виде убывающего полумесяца, такого же как у моды (5), но смещённого по сравнению с исходной модой (2) на другое расстояние при том же значении c .

Орбитальные угловые моменты у мод первого (1), (5) и второго типа (8), (9) разные:

$$J_z/I = n \pm cI_1(2c)/I_0(2c), \quad (10)$$

где $I_n(x)$ – модифицированные функции Бесселя, $I = \iint |E(r, \phi)|^2 r dr d\phi$ – мощность пучка. Выражение (10) для аБ-моды I получено в [2]. ОУМ для аБ-моды II получается аналогично. В (10) верхний знак выбирается для пучков первого типа (1), (5), а нижний знак – для пучков второго типа (8), (9).

При распространении в пространстве комплексные амплитуды аБ-пучков (1), (5) и (8), (9) умножаются на один и тот же множитель $\exp(ikz\sqrt{1-\alpha^2})$.

Чтобы получить соответствующие асимметричные пучки Бесселя–Гаусса первого и второго типов, надо комплексные амплитуды (1), (5) и (8), (9) умножить на Гауссову экспоненту $\exp(-r^2/w^2)$, где w – радиус Гауссова пучка.

2. Суперпозиции асимметричных мод Бесселя

Хотя лазерные пучки $E_{1,2}(r, \phi, \pm c)$ в поперечном сечении интенсивности дают полумесяц, суперпозиции таких пучков могут формировать разнообразные моды Бесселя, как симметричные, так и асимметричные. Рассмотрим несколько примеров таких суперпозиций мод $E_{1,2}(r, \phi, \pm c)$.

На рис. 1 показана интенсивность (а) и фаза (б) суммы двух зеркальных асимметричных мод Бесселя I типа:

$$E_+(r, \phi, z; c) = E_1(r, \phi, z; c) + E_1(r, \phi, z; -c). \quad (11)$$

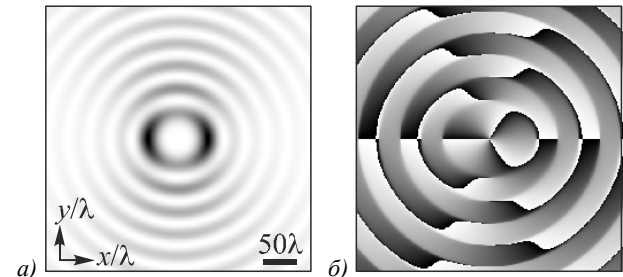


Рис. 1. Интенсивность (а) и фаза (б) суммы двух асимметричных и взаимно зеркальных мод Бесселя (11)

Параметры расчёта: длина волны $\lambda = 532$ нм, топологический заряд $n = 3$, параметр асимметрии $c = 1$, масштабный множитель $\alpha = 1/(10\lambda)$, размер кадра $R = 200\lambda$. Из рис. 1 видно, что результирующая мода имеет симметрию относительно декартовых осей, распределение интенсивности имеет вид эллипса, с небольшой неоднородностью интенсивности.

На рис. 2 показаны интенсивность (а) и фаза (б) суммы (11), умноженной на Гауссову функцию. Видно, что два зеркальных асимметричных пучка Бесселя–Гаусса с радиусом перетяжки $w = 50\lambda$ при $c = 3$ формируют симметричный эллиптический пучок почти без боковых лепестков, похожий на букву О.

Интересно, что разность двух зеркальных асимметричных мод Бесселя I типа

$$E_-(r, \phi, z; c) = E_1(r, \phi, z; c) - E_1(r, \phi, z; -c) \quad (12)$$

формирует интенсивность (рис. 3а) и фазу (рис. 3б) почти с осевой симметрией (слабый эллипс), и с увеличением на единицу топологического заряда оптического вихря на оси. Параметры те же, что и на рис. 1. Из рис. 3б видно, что в центре картины на оптической оси формируется вихрь с топологическим зарядом $n = 4$, хотя у обеих мод в (12) топологический заряд равен $n = 3$. У суммы мод (11) также на оси фор-

мируется оптический вихрь с топологическим зарядом $n=3$ (рис. 1б и рис. 2б).

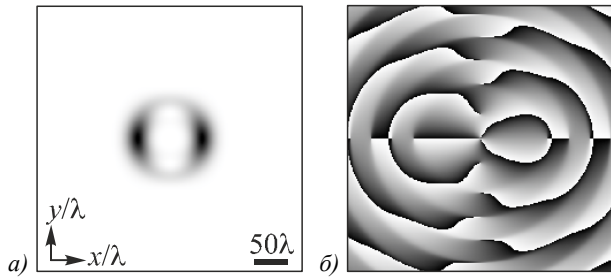


Рис. 2. Интенсивность (а) и фаза (б) суммы двух асимметричных и взаимно зеркальных пучков Бесселя–Гаусса с такими же параметрами, как на рис. 1 (но $c=3$)

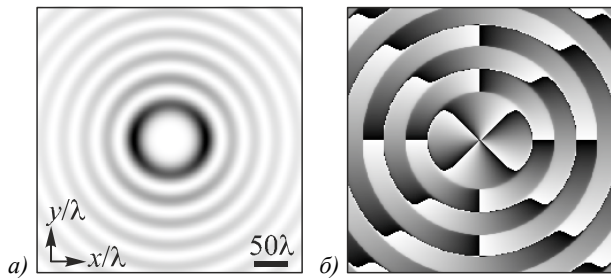


Рис. 3. Интенсивность (а) и фаза (б) разности двух взаимно зеркальных асимметричных мод Бесселя (12). Параметры расчёта такие же, как на рис. 1

Увеличение топологического заряда на единицу при вычитании двух зеркальных мод (1) и (5) можно показать. Действительно, если рассмотреть амплитуду суммы (11) и разности (12)

$$E_{\pm}(r, \varphi, z) = (\alpha r)^{n/2} \exp(i n \varphi) \times \left\{ \frac{J_n \left\{ \sqrt{\alpha r [\alpha r - 2c \exp(i\varphi)]} \right\}}{[\alpha r - 2c \exp(i\varphi)]^{n/2}} \pm \frac{J_n \left\{ \sqrt{\alpha r [\alpha r + 2c \exp(i\varphi)]} \right\}}{[\alpha r + 2c \exp(i\varphi)]^{n/2}} \right\},$$

в окрестности начала координат, то, используя приближённое выражение для функции Бесселя

$$J_n(z) \approx \frac{1}{n!} \left(\frac{z^2}{4} \right)^{n/2} \left[1 + \frac{z^2}{4(n+1)} \right],$$

получим:

$$E_{\pm} \left(r \ll \frac{1}{\alpha}, \varphi, z \right) = \frac{1}{n!} (\alpha r)^{n/2} \left(\frac{\alpha r}{4} \right)^{n/2} \exp(i n \varphi) \times \left\{ \left[1 + \frac{\alpha r [\alpha r - 2c \exp(i\varphi)]}{4(n+1)} \right] \pm \left[1 + \frac{\alpha r [\alpha r + 2c \exp(i\varphi)]}{4(n+1)} \right] \right\},$$

т.е.

$$E_+ \approx \frac{2}{n!} \left(\frac{\alpha r}{2} \right)^n \left[1 + \frac{(\alpha r)^2}{4(n+1)} \right] \exp(i n \varphi), \tag{13}$$

$$E_- \approx \frac{-2c}{(n+1)!} \left(\frac{\alpha r}{2} \right)^{n+1} \exp[i(n+1)\varphi].$$

Из (13) видно, что при сложении двух мод (1) и (5) с топологическим зарядом n вблизи оптической оси получается вихрь E_+ с топологическим зарядом n , а при вычитании – оптический вихрь E_- с топологическим зарядом $n+1$.

Рассмотрим теперь сумму и разность двух одинаковых мод разных типов: первого (1) и второго (8):

$$E_{1+2}(r, \varphi, z) = E_1(r, \varphi, z; c) + E_2(r, \varphi, z; c). \tag{14}$$

При небольших значениях параметра асимметрии ($c=1$) сумма (14) даёт почти такой же растущий полумесяц (рис. 4а), как каждая из складываемых мод. На рис. 4 показаны интенсивность (а) и фаза (б) суммы (14). Параметры расчёта такие же, как для рис. 1.

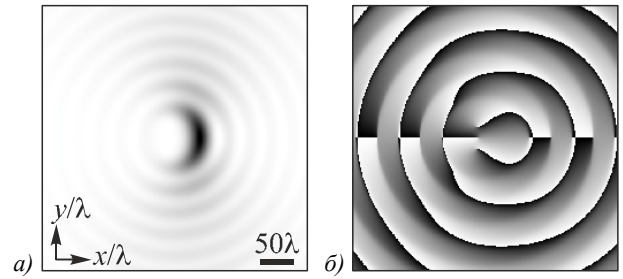


Рис. 4. Интенсивность (а) и фаза (б) суммы двух одинаковых асимметричных мод Бесселя первого и второго типов (14). Параметры расчёта такие же, как на рис. 1

При увеличении параметра асимметрии ($c=7$) оба полумесяца, которые в своём сечении интенсивности формируют каждый из пучков, описываемых слагаемыми в (14), трансформируются в астигматические (вытянутые по вертикальной координате) Гауссовы пучки и смещаются дальше друг от друга, формируя симметричное распределение интенсивности, похожее на букву Ж (рис. 5а). На рис. 5 показаны интенсивность (а) и фаза (б) суммы двух асимметричных мод Бесселя разных типов (14) при $c=7$ (остальные параметры, как на рис. 1).

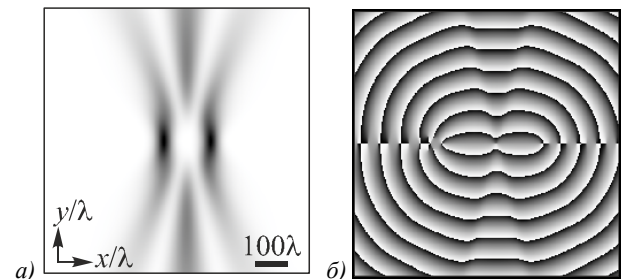


Рис. 5. Интенсивность (а) и фаза (б) суммы двух одинаковых асимметричных мод Бесселя первого и второго типов (14). Параметры расчёта такие же, как на рис. 4, но $c=7$

Заметим, что размер всех рис. 1–4 равен 200λ , и только размер картин на рис. 5 равен 400λ . Разность

двух асимметричных мод Бесселя первого и второго типов

$$E_{1-2}(r, \varphi, z) = E_1(r, \varphi, z; c) - E_2(r, \varphi, z; c) \quad (15)$$

при малых значениях параметра асимметрии ($c=1$) формирует асимметричную картину интенсивности (рис. 6а), но более сложную, чем картина интенсивности для суммы таких же пучков (рис. 4).

Из рис. 6б видно, что вдоль центральной вертикальной линии формируются оптические вихри с чередующимися топологическими зарядами +1 и -1.

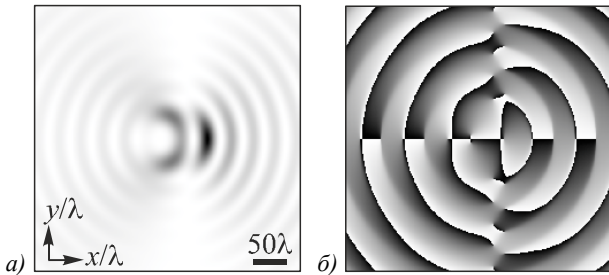


Рис. 6. Интенсивность (а) и фаза (б) разности двух одинаковых асимметричных мод Бесселя первого и второго типов (15). Параметры расчёта такие же, как на рис. 4

Если увеличить параметр асимметрии ($c=3$), то картина интенсивности разности двух пучков (15) уже будет иметь более симметричный вид относительно декартовых осей и будет похожа на букву Х (рис. 7). На рис. 7 показаны интенсивность (а) и фаза (б) разности двух одинаковых асимметричных мод Бесселя первого и второго типов (15). Параметры расчёта такие же, как на рис. 6, но $c=3$. Размер картин на рис. 6 и 7 равен 200λ . Из рис. 7 видно, что вдоль вертикальной оси y интенсивность равна нулю (линейная дислокация).

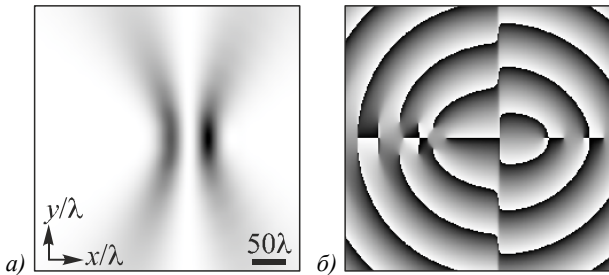


Рис. 7. Интенсивность (а) и фаза (б) разности двух одинаковых асимметричных мод Бесселя первого и второго типов (15). Параметры расчёта такие же, как на рис. 6, но $c=3$

Из рис. 6б и 7б видно, что в центре картин интенсивности для разности двух одинаковых асимметричных пучков Бесселя первого и второго типа в центре не возникает увеличение на единицу топологического заряда оптического вихря. На рис. 6б и 7б топологический заряд оптического вихря в центре картины равен $n=3$, как и у исходных пучков, входящих в разность (15).

Рассмотрим комплексное смещение аргумента моды Бесселя (2) более общего вида

$$\begin{cases} y = y' + ic / \alpha, \\ x = x' + b / \alpha. \end{cases} \quad (16)$$

В этом случае получается двухпараметрическое (c, b) семейство асимметричных мод Бесселя, в отличие от однопараметрического семейства мод (1):

$$E_3(r, \varphi, c, b) = [\alpha r + (c - b) \exp(-i\varphi)]^n \times \left[\alpha^2 r^2 - 2\alpha r (b \cos \varphi + ic \sin \varphi) + (b^2 - c^2) \right]^{-n/2} \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha^2 r^2 - 2\alpha r (b \cos \varphi + ic \sin \varphi) + (b^2 - c^2)} \right\} \times \exp(in\varphi). \quad (17)$$

При $b=c$ выражение (17) совпадает с (1). Моды (17) удобны тем, что можно непрерывно изменять их форму, меняя параметр c таким образом, чтобы смещения моды не происходило ($b=0$). Для мод (1) и (8) с изменением поперечного сечения интенсивности моды автоматически происходит её смещение по оси x .

Асимметричные моды Бесселя первого типа (1) можно разложить в ряд по несмещённым модам Бесселя (2) [1, 2]:

$$E_1(r, \varphi, c) = \left[\frac{\alpha r - 2c \exp(i\varphi)}{\alpha r} \right]^{-n/2} \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha r (\alpha r - 2c \exp(i\varphi))} \right\} \exp(in\varphi) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{c^p \exp[i(n+p)\varphi]}{p!} J_{n+p}(\alpha r), \quad (18)$$

и асимметричные моды Бесселя второго типа (8) также можно разложить в ряд по несмещённым модам Бесселя (2):

$$E_2(r, \varphi, c) = \left[\frac{\alpha r + 2c \exp(-i\varphi)}{\alpha r} \right]^{n/2} \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha r (\alpha r + 2c \exp(-i\varphi))} \right\} \exp(in\varphi) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{c^p \exp[i(n-p)\varphi]}{p!} J_{n-p}(\alpha r). \quad (19)$$

Ряды (18) и (19) применяются для расчёта ОУМ (10), для расчёта пространственного спектра мод (1) и (8) и скалярного произведения двух мод с разными параметрами [1, 2]. Для двухпараметрических мод (17) разложения в ряд по несмещённым модам Бесселя получить не удастся, поэтому ОУМ таких мод считать затруднительно.

3. Орбитальный угловой момент суперпозиций асимметричных мод Бесселя первого и второго типа

Рассмотрим суперпозицию мод первого типа с произвольными комплексными коэффициентами:

$$E_1(r, \varphi, z; c) = C_1 E_1(r, \varphi, z; c) + C_2 E_1(r, \varphi, z; -c). \quad (20)$$

Определим орбитальный угловой момент J_z (проекцию ОУМ на оптическую ось) и суммарную интенсивность I светового пучка в плоскости, поперечной оптической оси, тем же способом, что и в [2], т.е. используя

выражения для комплексных амплитуд в виде рядов из функций Бесселя (18)–(19). Тогда ОУМ примет вид:

$$J_z = 2\pi D_1 \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(n+p)|c|^{2p}}{(p!)^2} \int_0^R J_{n+p}^2(\alpha r) r dr +$$

$$+ 2\pi D_2 \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \frac{(n+p)|c|^{2p}}{(p!)^2} \int_0^R J_{n+p}^2(\alpha r) r dr, \quad (21)$$

где $D_1 = |C_1|^2 + |C_2|^2$, $D_2 = C_1^* C_2 + C_1 C_2^*$. Аналогично суммарная энергия равна:

$$I = 2\pi D_1 \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{|c|^{2p}}{(p!)^2} \int_0^R J_{n+p}^2(\alpha r) r dr +$$

$$+ 2\pi D_2 \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \frac{|c|^{2p}}{(p!)^2} \int_0^R J_{n+p}^2(\alpha r) r dr. \quad (22)$$

Так как для любого целого числа m интегралы в суммах при больших значениях R приближённо равны

$$\int_0^R J_m^2(\alpha r) r dr \approx \frac{R}{\pi \alpha},$$

можно получить выражение для нормированного ОУМ светового поля (20):

$$\frac{J_z}{I} = n + |c| \frac{D_1 I_1(2|c|) + D_2 J_1(2|c|)}{D_1 I_0(2|c|) + D_2 J_0(2|c|)}. \quad (23)$$

Из (23) следует, что для суперпозиции двух мод первого типа без разности фаз между ними (т.е. $C_1 = C_2 = 1$, (11)) нормированный ОУМ равен:

$$\frac{J_z}{I} = n + |c| \frac{I_1(2|c|) + J_1(2|c|)}{I_0(2|c|) + J_0(2|c|)}. \quad (24)$$

Если же в суперпозиции двух мод первого типа разность фаз равна π (т.е. $C_1 = 1$, $C_2 = -1$, (12)), нормированный ОУМ равен:

$$\frac{J_z}{I} = n + |c| \frac{I_1(2|c|) - J_1(2|c|)}{I_0(2|c|) - J_0(2|c|)}. \quad (25)$$

Рассмотрим теперь суперпозицию мод разных типов с произвольными комплексными коэффициентами:

$$E_{12}(r, \varphi, z; c) = C_1 E_1(r, \varphi, z; c) + C_2 E_2(r, \varphi, z; c). \quad (26)$$

В этом случае ОУМ и суммарная интенсивность имеют вид:

$$J_z = 2\pi |C_1|^2 \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(n+p)|c|^{2p}}{(p!)^2} \int_0^R J_{n+p}^2(\alpha r) r dr +$$

$$+ 2\pi |C_2|^2 \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(n-p)|c|^{2p}}{(p!)^2} \int_0^R J_{n-p}^2(\alpha r) r dr +$$

$$+ 2\pi n (C_1^* C_2 + C_1 C_2^*) \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R J_n^2(\alpha r) r dr, \quad (27)$$

$$I = 2\pi |C_1|^2 \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{|c|^{2p}}{(p!)^2} \int_0^R J_{n+p}^2(\alpha r) r dr +$$

$$+ 2\pi |C_2|^2 \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{|c|^{2p}}{(p!)^2} \int_0^R J_{n-p}^2(\alpha r) r dr +$$

$$+ 2\pi (C_1^* C_2 + C_1 C_2^*) \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R J_n^2(\alpha r) r dr. \quad (28)$$

Из (27), (28) можно получить выражение для нормированного ОУМ:

$$\frac{J_z}{I} = n + \frac{(|C_1|^2 - |C_2|^2) |c| I_1(2|c|)}{(|C_1|^2 + |C_2|^2) I_0(2|c|) + (C_1^* C_2 + C_1 C_2^*)}. \quad (29)$$

В частности, из (29) видно, что при $|C_1| = |C_2|$ в случае суммы (14) и разности (15) получается, что ОУМ не зависит от α и c , а равен n .

Выражение (29) можно считать главным результатом данной работы, так как из (29) следует, что сложением и вычитанием двух аБ-мод I и II типов с одинаковыми n , α и c можно, меняя параметры α и c , получать моды с разным распределением поперечной интенсивности, но обладающие одинаковым ОУМ, равным n . Поэтому оказывается, моды на рис. 4–7 все имеют одинаковый ОУМ, равный $n = 3$.

Заключение

Таким образом, теоретически и численно показано, что ранее рассмотренные асимметричные моды Бесселя [1, 2] и Бесселя–Гаусса [3, 4] получаются путём комплексного смещения обычной моды Бесселя. Также показано, что комплексным смещением моды Бесселя другого типа можно сформировать асимметричную моду Бесселя второго типа (по отношению к модам первого типа [1]). Асимметричные моды Бесселя первого и второго типов имеют разный орбитальный угловой момент. Комбинируя между собой в виде суммы или разности асимметричные моды Бесселя обоих типов, можно получать также моды Бесселя, но с другими распределениями интенсивности в поперечном сечении. В частности, можно получать симметричные моды Бесселя, похожие на буквы О, Ж, Х. Интересно также, что разность двух одинаковых зеркальных асимметричных мод Бесселя с топологическими зарядами n приводит к формированию в центре оптического вихря с топологическим зарядом $n + 1$. А разность или сумма двух асимметричных мод Бесселя первого и второго типа с одинаковыми параметрами и весовыми коэффициентами обладает ОУМ, равным топологическому заряду n исходной (порождающей) моды Бесселя и не зависящим от других параметров: масштаба моды a и параметра асимметрии c .

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3970.2014.9), а также грантов РФФИ 13-07-97008, 14-29-07133 и 14-07-31092, 15-07-01174.

Литература

1. **Котляр, В.В.** Бездифракционные асимметричные элегантные пучки Бесселя с дробным орбитальным угловым моментом / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, В.А. Соифер // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 4-10.
2. **Kotlyar, V.V.** Asymmetric Bessel modes / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, V.A. Soifer // Optics Letters. – 2014. – Vol. 39, Issue 8. – P. 2395-2398.
3. **Котляр, В.В.** Вращающиеся элегантные пучки Бесселя–Гаусса / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, Р.В. Скиданов, В.А. Соифер // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 162-170.
4. **Kotlyar, V.V.** Asymmetric Bessel-Gauss beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // Journal of the Optical Society of America A. – 2014. – Vol. 31, Issue 9. – P. 1977-1983.
5. **Gong, L.** Observation of the symmetric Bessel beams with arbitrary orientation using a digital micromirror device / L. Gong, X. Qui, Y. Ren, H. Zhu, W. Liu, J. Zhou M.Ch. Zhong, X.X. Chu, Yi.M. Li // Optics Express. – 2014. – Vol. 22, Issue 22. – P. 26763-26776.
6. **Sheppard, C.J.R.** Two-dimensional complex source point solutions: application to propagationally invariant beams, optical fiber modes, planar waveguides, and plasmonic devices / C.J.R. Sheppard, S.S. Kou, J. Lin // Journal of the Optical Society of America A. – 2014. – Vol. 31, Issue 12. – P. 2674-2679.
7. **Mitri, F.G.** Partial-wave series expansion in spherical coordinates for the acoustic field of vortex beams generated from finite circular aperture / F.G. Mitri // IEEE Transactions. – 2014. – Vol. 61, Issue 12. – P. 2089-2097.
8. **Mendez, G.** Orbital angular momentum and highly efficient holographic generation of nondiffractive TE and TM vector beams / G. Mendez, A. Fernando-Vazquez, R.P. Lopez // Optics Communications. – 2015. – Vol. 334. – P. 174-183.

References

1. **Kotlyar, V.V.** Diffraction-free asymmetric elegant Bessel beams with fractional orbital angular momentum / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, V.A. Soifer // Computer Optics. – 2014. – Vol. 38(1). – P. 4-10.
2. **Kotlyar, V.V.** Asymmetric Bessel modes / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, V.A. Soifer // Optics Letters. – 2014. – Vol. 39, Issue 8. – P. 2395-2398.
3. **Kotlyar, V.V.** Rotating elegant Bessel-Gaussian beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // Computer Optics. – 2014. – Vol. 38(2). – P. 162-170.
4. **Kotlyar, V.V.** Asymmetric Bessel-Gauss beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // Journal of the Optical Society of America A. – 2014. – Vol. 31, Issue 9. – P. 1977-1983.
5. **Gong, L.** Observation of the symmetric Bessel beams with arbitrary orientation using a digital micromirror device / L. Gong, X. Qui, Y. Ren, H. Zhu, W. Liu, J. Zhou M.Ch. Zhong, X.X. Chu, Yi.M. Li // Optics Express. – 2014. – Vol. 22, Issue 22. – P. 26763-26776.
6. **Sheppard, C.J.R.** Two-dimensional complex source point solutions: application to propagationally invariant beams, optical fiber modes, planar waveguides, and plasmonic devices / C.J.R. Sheppard, S.S. Kou, J. Lin // Journal of the Optical Society of America A. – 2014. – Vol. 31, Issue 12. – P. 2674-2679.
7. **Mitri, F.G.** Partial-wave series expansion in spherical coordinates for the acoustic field of vortex beams generated from finite circular aperture / F.G. Mitri // IEEE Transactions. – 2014. – Vol. 61, Issue 12. – P. 2089-2097.
8. **Mendez, G.** Orbital angular momentum and highly efficient holographic generation of nondiffractive TE and TM vector beams / G. Mendez, A. Fernando-Vazquez, R.P. Lopez // Optics Communications. – 2015. – Vol. 334. – P. 174-183.

ASYMMETRICAL BESSEL MODES OF THE FIRST AND SECOND TYPE AND THEIR SUPERPOSITIONS

A.A. Kovalev^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}, R.F. Fakhriev²

¹ *Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences,*

² *Samara State Aerospace University*

Abstract

We considered nonparaxial asymmetric Bessel modes of the first and second type, which differ from a conventional symmetric Bessel mode by a real-valued shift along one Cartesian coordinate and imaginary shift along the other (both shifts are equal in modulus). Bessel modes of the first and second type differ only in the shift sign and, therefore, have different orbital angular momentum (OAM) (integer or fractional). Addition and subtraction of two identical asymmetric Bessel modes of the first and second type leads to light beams with the same integer OAM equal to the topological charge of the generating mode, but with different transverse intensity distributions, which depend on the shift magnitude.

Keywords: nonparaxial Bessel mode, diffraction-free laser beams, complex shift of the solution of the Helmholtz equation, orbital angular momentum, asymmetric Bessel mode.

Сведения об авторах

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН. В списке научных работ более 80 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика, фотонно-кристаллические устройства.

E-mail: alanko@smr.ru.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree (2012). He is a senior

researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of assistant at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is co-author of more than 80 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices.

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences and professor of Computer Science department at Samara State Aerospace University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in physics and mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices.

Фахриев Радик Фарукович, 1991 года рождения, в 2013 году окончил бакалавриат Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) по специальности «Прикладная математика и физика». В настоящее время является магистрантом второго года обучения кафедры технической кибернетики данного университета по направлению «Математическое моделирование и информационные технологии в фотонике». Область научных интересов: математическая теория дифракции, дифракционная оптика, программирование.

E-mail: radik115@gmail.com.

Radik Farukovich Fakhriev (b. 1991), graduated (2013) from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (National Research University) as a Bachelor specializing in Applied Mathematics and Physics. He is currently a second year master student of Technical Cybernetics department on the subject "Mathematical modeling and information technologies in photonics". Research interests are mathematical theory of diffraction, diffractive optics, programming.

Поступила в редакцию 31 декабря 2014 г.