

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ ТРЁХМЕРНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА ВО ВРЕМЕНИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БРЭГГОВСКИХ РЕШЁТОК С ДЕФЕКТНЫМ СЛОЕМ

Н.В. Головастикив^{1,2}, Д.А. Быков^{1,2}, Л.Л. Досколович^{1,2}

¹Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия,

²Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия

Аннотация

Рассмотрена дифракция трёхмерного пространственно-временного оптического импульса на брэгговской решётке с дефектным слоем. Дифракция импульса описана в терминах прохождения сигнала через линейную систему, передаточная функция которой определяется коэффициентами отражения и пропускания брэгговской решётки с дефектным слоем. Показана возможность выполнения операций временного дифференцирования (в отражении) и интегрирования (в пропускании) огибающей трёхмерного падающего импульса с использованием брэгговской решётки с дефектным слоем. Вычисление второй производной во времени осуществлено с использованием системы из двух дифференцирующих БРДС, разделённых слоем вакуума с оптической толщиной в четверть длины волны Брэгга. Возможность выполнения указанных операций подтверждена результатами строгого моделирования.

Ключевые слова: тонкие плёнки; формирование импульсов.

Цитирование: Головастикив, Н.В. Дифференцирование и интегрирование трёхмерного оптического импульса во времени с использованием брэгговских решёток с дефектным слоем / Н.В. Головастикив, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 1. – С. 13-21. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-1-13-21.

Введение

Оптические устройства, осуществляющие заданные пространственные и временные преобразования оптических сигналов, представляют интерес для широкого круга приложений, включающего оптическую передачу информации и аналоговые оптические вычисления. В число наиболее важных операций аналоговой обработки оптических сигналов входят операции временного и пространственного дифференцирования и интегрирования [1]. Для осуществления этих операций были предложены различные резонансные структуры, включая брэгговские решётки [2–9], дифракционные решётки [10], плазмонные плоскопараллельные структуры [11], кольцевые резонаторы [12–14] и нанорезонаторы [15–17]. Использование резонансных структур для пространственного и временного дифференцирования (интегрирования) возможно благодаря тому, что профиль Фано, описывающий коэффициент отражения (пропускания) структуры в окрестности резонанса, может аппроксимировать передаточную функцию дифференциального или интегрального фильтра [10].

Брэгговские решётки с дефектным слоем (БРДС) широко используются для спектральной фильтрации и временных преобразований оптических импульсов. БРДС состоит из двух симметричных брэгговских решёток, разделённых слоем дефекта, и обеспечивает нулевое отражение (единичное пропускание) при определённой частоте или угле падения [5, 7]. Этот эффект вызван возбуждением собственной моды структуры, локализованной в слое дефекта. Частота, соответствующая нулевому отражению (на которой происходит возбуждение собственной моды), находится в запрещённой зоне брэгговской решётки. Такой спектр позволяет использовать БРДС для временного дифференцирования огибающей оптического импульса в отражении и временного интегрирова-

ния огибающей импульса в пропускании [3–6]. Отметим, что в работах [2–6] при рассмотрении временных операций не принималась во внимание пространственная структура падающего оптического импульса. В предыдущих работах авторов [18, 19] было показано, что при дифракции на резонансной структуре пространственно-временного волнового пакета могут происходить сложные пространственно-временные преобразования. В этой связи интересным является вопрос о реализуемости базовых временных преобразований трёхмерных пространственно-временных оптических импульсов.

В настоящей работе представлено теоретическое описание дифракции трёхмерного оптического импульса на БРДС. Известные операции преобразования огибающей падающего импульса – временное дифференцирование и интегрирование – распространены на трёхмерный случай. Впервые рассмотрена возможность вычисления второй производной по времени от огибающей падающего импульса с использованием двух дифференцирующих БРДС. Предложенное теоретическое описание полностью подтверждено результатами строгого моделирования.

1. Преобразование огибающей импульса при дифракции на многослойной структуре

Рассмотрим нормальное падение трёхмерного оптического импульса на многослойную структуру, состоящую из однородных слоёв (рис. 1). Пренебрегая дисперсией среды над структурой, можно записать разложение поля падающего импульса по плоским волнам:

$$E(x, y, z, t) = P(x, y, z, t) \times \exp\{-i(\omega_0/c)n_{\text{sup}}z - i\omega_0 t\} = \iiint V(k_x, k_y, \omega) \times \exp\{ik_x x + ik_y y - ik_z z - i(\omega + \omega_0)t\} dk_x dk_y d\omega, \quad (1)$$

где $P(x, y, z, t)$ – огибающая импульса, ω_0 – центральная частота импульса, n_{sup} – показатель преломления материалов над и под структурой, $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ – волновой вектор, где $k_z = \sqrt{((\omega + \omega_0)/c)^2 n_{sup}^2 - \mathbf{k}_\perp^2}$, $\mathbf{k}_\perp = (k_x, k_y)$ – проекция волнового вектора на плоскость структуры, и $V(k_x, k_y, \omega)$ – пространственно-временной спектр падающего импульса в плоскости $z=0$. Мы предполагаем, что $V(k_x, k_y, \omega)$ отличен от нуля в ограниченной области: $|\mathbf{k}_\perp| \leq k_{max}$, $|\omega| \leq \Omega$.

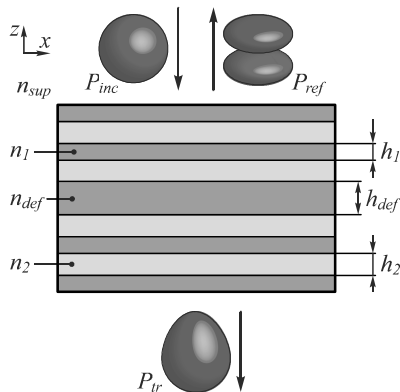


Рис. 1. Падающий импульс $P_{inc}(x, y, z, t)$, отражённый импульс $P_{ref}(x, y, z, t)$ и прошедший импульс $P_{tr}(x, y, z, t)$ после дифракции на многослойной структуре

Будем полагать, что падающий импульс на верхней границе решётки $z=0$ линейно поляризован вдоль оси x . В этом случае скалярная функция $E(x, y, z=0, t)$ в (1) определяет x -компоненту электрического поля E_x , y -компонента равна нулю ($E_y \equiv 0$), и функция $V(k_x, k_y, \omega)$ в (1) соответствует спектру огибающей компоненты E_x . Спектры остальных электромагнитных компонент могут быть выражены через функцию $V(k_x, k_y, \omega)$ [9, 20, 21]. Такой волновой пакет можно сформировать посредством суперпозиции ТЕ- и ТМ-поляризованных плоских волн [9, 20, 21].

Поле компоненты E_x падающего импульса на верхней границе структуры (при $z=0$) имеет вид

$$E(x, y, 0, t) = v(x, y, t) \cdot \exp\{-i\omega_0 t\}, \quad (2)$$

где $v(x, y, t)$ – огибающая падающего импульса при $z=0$, имеющая следующий вид:

$$v(x, y, t) = P(x, y, 0, t) = \iiint V(k_x, k_y, \omega) \times \exp\{ik_x x + ik_y y - i\omega t\} dk_x dk_y d\omega. \quad (3)$$

Огибающая E_x компоненты отраженного и прошедшего импульсов на верхней и нижней границах многослойной структуры может быть записана следующим образом:

$$u_R(x, y, t) = \iiint V(k_x, k_y, \omega) \tilde{R}(k_x, k_y, \omega + \omega_0) \times \exp\{ik_x x + ik_y y - i\omega t\} dk_x dk_y d\omega, \quad (4)$$

$$u_T(x, y, t) = \iiint V(k_x, k_y, \omega) \tilde{T}(k_x, k_y, \omega + \omega_0) \times \exp\{ik_x x + ik_y y - i\omega t\} dk_x dk_y d\omega, \quad (5)$$

где $\tilde{R}(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ и $\tilde{T}(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ – коэффициенты отражения и пропускания, которые в общем случае выражаются через коэффициенты отражения и пропускания ТЕ- и ТМ-поляризованных плоских волн, падающих на структуру. Отметим, что в окрестности нормального падения коэффициенты отражения и пропускания БРДС для ТМ- и ТЕ- поляризации можно считать совпадающими [9, 22]. Тогда в рассматриваемом случае импульса, поляризованного вдоль оси x , коэффициенты $\tilde{R}(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ и $\tilde{T}(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ можно заменить коэффициентами отражения и пропускания для ТЕ-поляризации $R(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ и $T(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ соответственно.

Из выражений (3)–(5) следует, что огибающие отражённого и прошедшего импульсов соответствуют результату преобразования огибающей падающего импульса линейными системами с передаточными функциями (ПФ) вида:

$$H_R(k_x, k_y, \omega) = R(k_x, k_y, \omega + \omega_0), \quad (6)$$

$$H_T(k_x, k_y, \omega) = T(k_x, k_y, \omega + \omega_0).$$

Полученные ПФ (6) являются трёхмерным обобщением ПФ, описывающих временные преобразования оптических импульсов [2, 4, 5, 10].

2. Спектры отражения и пропускания БРДС

Значительного изменения формы огибающих отражённого и прошедшего импульсов следует ожидать в случае, когда коэффициенты $R(k_x, k_y, \omega)$, $T(k_x, k_y, \omega)$ быстро меняются в окрестности точки $(0, 0, \omega_0)$. Быстрое изменение коэффициентов отражения и пропускания характерно для БРДС [5, 7, 9], которые широко используются в качестве узкополосных спектральных фильтров, работающих на пропускание. БРДС обеспечивает нулевое отражение при определённом угле падения θ_0 (при $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = k_0 n_{sup} \sin \theta_0$, где $k_0 = 2\pi/\lambda_B$ – волновое число) одновременно для ТЕ- и ТМ-поляризованных падающих волн. БРДС состоит из двух симметричных брэгговских решёток (БР), разделённых слоем дефекта (рис. 1). В простейшем случае слои БР имеют одинаковую оптическую толщину:

$$\tilde{n}_1 h_1 = \tilde{n}_2 h_2 = \lambda_B / 4, \quad (7)$$

где $\tilde{n}_i = \sqrt{n_i^2 - n_{sup}^2 \sin^2(\theta_0)}$, $i = 1, 2$, n_i , h_i – коэффициенты преломления и толщины слоёв БР соответственно, а λ_B – длина волны Брэгга. Если для оптической толщины слоя дефекта выполняется соотношение:

$$\tilde{n} h_{def} = \lambda_B / 2, \quad (8)$$

где $\tilde{n} = \sqrt{n_{def}^2 - n_{sup}^2 \sin^2 \theta_0}$, n_{def} – коэффициент преломления слоя дефекта, то коэффициент отражения БРДС равен нулю на длине волны λ_B при угле падения θ_0 [5, 7, 9]. Отметим, что этот ноль отражения находится в центре первой фотонной запрещённой зоны БР. По-

явление нуля в отражении в центре фотонной запрещённой зоны имеет резонансную природу и связано с возбуждением моды, локализованной в слое дефекта. Добротность резонанса определяется числом периодов БР, составляющих БРДС N_p . Для числа периодов БР N_p общее число слоёв БРДС равно $N_l = 4N_p + 1$.

Временные преобразования огибающей падающего импульса определяются зависимостью коэффициентов отражения и пропускания от частоты ω . Наиболее точное дифференцирование (интегрирование) возможно, если пространственный спектр падающего импульса достаточно узок (по сравнению с временным спектром) и зависимостью коэффициентов отражения и пропускания от компонент волнового вектора k_x, k_y можно пренебречь:

$$R(k_x, k_y, \omega) \approx R(0, 0, \omega), \tag{9}$$

$$T(k_x, k_y, \omega) \approx T(0, 0, \omega).$$

В дальнейших рассуждениях будем полагать, что приближения (9) справедливы. Этого можно добиться, увеличивая ширину падающего импульса.

3. Примеры преобразования огибающей импульса

БРДС широко используются как спектральные фильтры в пропускании. Увеличение числа слоёв приводит к увеличению добротности резонанса и, соответственно, к уменьшению спектральной ширины полосы пропускания. В данной работе для проведения численного моделирования были выбраны две БРДС, различающиеся количеством периодов: $N_l = 9$ ($N_p = 2$) для случая низкодобротного резонанса и $N_l = 29$ ($N_p = 7$) для случая высокодобротного резонанса. Для коэффициентов преломления материалов слоёв БР, слоя дефекта, материалов над и под решёткой использовались следующие значения: $n_1 = 2,4547$ (TiO₂), $n_2 = 1,4446$ (SiO₂), $n_{\text{def}} = n_1$, $n_{\text{sup}} = n_{\text{sub}} = 1$. Толщины слоёв были рассчитаны по формулам (7), (8) для длины волны Брэгга $\lambda_B = 1500$ нм и угла падения $\theta_0 = 0$.

В параграфах 3.1–3.3 рассматриваются пространственно-временные операции, осуществляемые БРДС над огибающей трёхмерного импульса. В частности, рассмотрено временное дифференцирование в отра-

жении первой (параграф 3.1) и второй (параграф 3.2) степени и интегрирование по времени в пропускании (параграф 3.3) (для БРДС с высокодобротным резонансом). Строгое моделирование дифракции импульса выполнено с использованием метода Фурье-мод [23] и соотношений (4), (5), учитывающих поляризацию оптического излучения.

3.1. Дифференцирование по времени в отражении

Известно, что БРДС позволяет вычислять первую производную по времени от огибающей падающего импульса в отражении [2–4]. Дифференцирование возможно, поскольку коэффициент отражения БРДС в окрестности частоты волноводного резонанса (длины волны Брэгга) может быть приближённо представлен в виде [4]:

$$R(\omega) \sim i(\omega - \omega_0), \tag{10}$$

что соответствует передаточной функции дифференцирующего фильтра. Приближение (10) справедливо в широком спектральном интервале для решёток с малым числом периодов (низкой добротностью резонанса). Отметим, что в работах [2–4] временное дифференцирование оптических импульсов рассматривалось без учёта пространственной структуры импульса.

Покажем, что при удачном выборе параметров БРДС может выполнять дифференцирование по времени огибающей падающего трёхмерного импульса. На левой половине рис. 2б ($x < 0$) показана огибающая отражённого импульса, сформированного в результате дифракции Гауссова импульса

$$v(x, y, t) = \exp\left\{-\left(x^2 + y^2\right) / \sigma^2 - t^2 / \sigma_t^2\right\}, \tag{11}$$

с параметрами $\sigma_t = 2$ пс, $\sigma = 30$ мкм, (рис. 2а) на БРДС с числом слоёв $N_l = 9$. Выберем центральную частоту падающего импульса ω_0 так, чтобы она совпала с нулём отражения БРДС: $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_B = 1255,77$ пс⁻¹. Добротность резонанса $Q = \text{Re}\omega_p / (-2\text{Im}\omega_p) = 35,7$, где $\omega_p = 1255,77 - 17,57i$ пс⁻¹ – комплексная частота собственной моды решётки, вычисленная как полюс матрицы рассеяния [24].

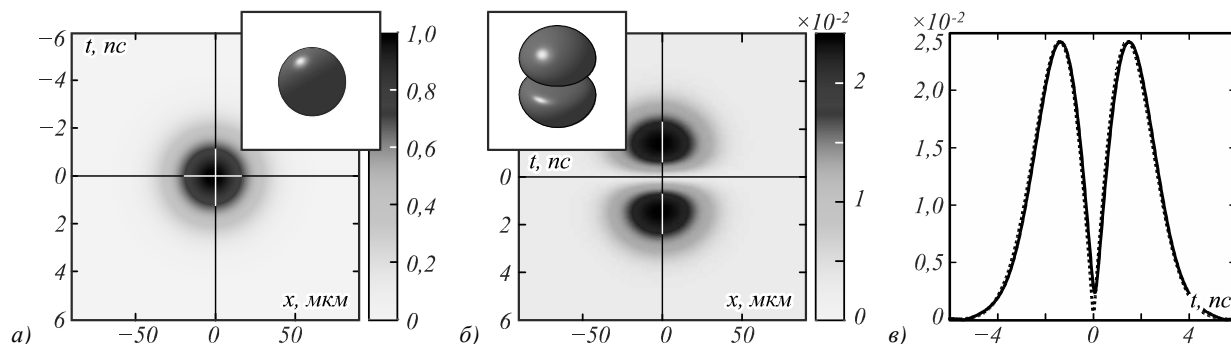


Рис. 2. Огибающая импульса (компоненты E_x), падающего на БРДС с $N_l = 9$ слоями (а); модуль огибающей отражённого импульса, вычисленной с использованием метода Фурье-мод и выражения (4) (левая половина, $x < 0$); модуль производной по времени от огибающей падающего импульса (правая половина, $x > 0$) (б); модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной производной (пунктирная линия) при $x = y = 0$ (в). На врезках показаны поверхности равного уровня огибающих падающего и отражённого импульсов в пространстве (x, y, t)

В рассмотренном примере ширина импульса по уровню e^{-1} составляет $2\sigma = 60$ мкм при $t = 0$. Рис. 2 подтверждает, что такой ширины падающего импульса достаточно, чтобы огибающая отражённого импульса (левая половина рис. 2б, $x < 0$) была близка к первой производной от огибающей падающего импульса $\partial v(x, y, t) / \partial t$ (правая половина рис. 2б, $x > 0$): величина СКО для распределений на рис. 2б составляет 5,2 %.

При этом амплитуда продифференцированного импульса неизбежно падает: в рассмотренном случае она составляет 2,5 % от амплитуды падающего импульса. На рис. 2в для наглядности приведены модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной производной (пунктирная линия) как функции t при $x = y = 0$.

3.2. Вторая производная по времени в отражении

В работе [5] было показано, что волоконная БРДС может вычислять вторую производную от огибающей падающего импульса в отражении. В указанной работе этот факт описывается для случая решётки с малой вариацией коэффициента преломления на основе известных аналитических выражений для элементов матрицы пропускания. В настоящей статье впервые показано, что система из двух дифференцирующих БРДС (БРДС с малым числом периодов), отделённых друг от друга слоем вакуума толщиной $l = \lambda_B / 4$ (рис. 3), может выполнять временное дифференцирование второго порядка в отражении в планарной геометрии. Это возможно благодаря тому, что в окрестности длины волны Брэгга λ_B коэффициент отражения указанной системы имеет ноль второго порядка:

$$R(\omega) \sim (\omega - \omega_0)^2 \quad (12)$$

(см. Приложение), благодаря чему передаточная функция линейной системы, описывающей преобразование импульса, совпадает с передаточной функцией идеального дифференциатора второго порядка. Указанный результат справедлив для БРДС из любых материалов и получен с использованием формализма матрицы рассеяния.

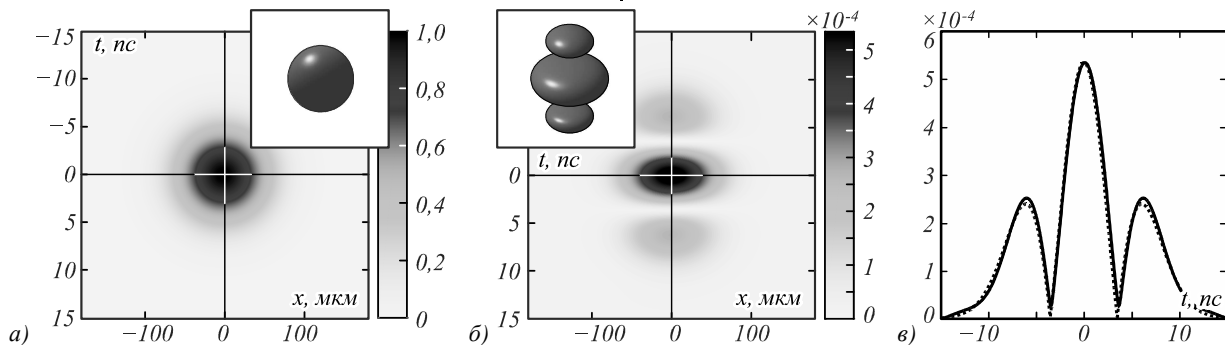


Рис. 4. Огибающая импульса (компоненты E_x), падающего на БРДС с $N_l = 9$ слоями (а); модуль огибающей отражённого импульса, вычисленной с использованием метода Фурье-мод и выражения (4) (левая половина, $x < 0$); модуль второй производной по времени от огибающей падающего импульса (правая половина, $x > 0$) (б); модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной производной второго порядка (пунктирная линия) при $x = y = 0$ (в). На врезках показаны поверхности равного уровня огибающих падающего и отражённого импульсов в пространстве (x, y, t)

Для наглядности на рис. 4в приведены модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и

аналитически вычисленной производной второго порядка (пунктирная линия) как функции t при $x = y = 0$.

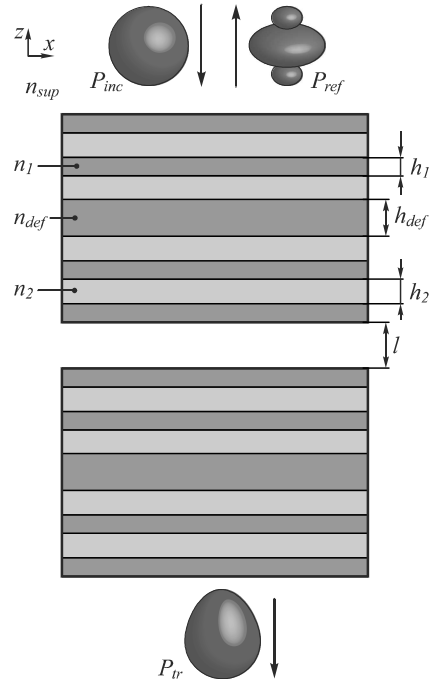


Рис. 3. Две дифференцирующие БРДС, разделённые слоем вакуума толщиной l

Уже при такой ширине огибающая отражённого импульса (левая половина рис. 4б, $x > 0$) близка по форме ко второй производной по времени от огибающей падающего импульса $\partial^2 v(x, y, t) / \partial t^2$ (правая половина рис. 4б, $x < 0$): величина СКО распределений на рис. 4б составляет 6,4 %, амплитуда продифференцированного импульса составляет 0,05 % амплитуды падающего импульса.

3.3. Интегрирование по времени в пропускании

В работе [6, 10] было показано, что волоконная БРДС может выполнять операцию интегрирования огибающей импульса в пропускании. Это возможно благодаря тому, что при большом числе периодов спектр пропускания БРДС как функцию частоты ω при нормальном падении можно аппроксимировать функцией:

$$T(\omega) = i\gamma_R [\text{Im}\{\omega_p\} / (\omega - \omega_p)], \quad (13)$$

где ω_p – комплексная частота моды дефектного слоя, γ_R – нерезонансный коэффициент отражения [22]. Передаточная функция, соответствующая функции пропускания (13), является ПФ интегрирующего фильтра и может быть записана в виде [10]: $H(\omega) = i\gamma_R \text{Im}\{\omega_p\} (\omega + i/\tau)^{-1}$, где $\tau = i/(\omega_0 - \omega_p)$ – комплексный аналог постоянной времени. При увеличении числа периодов БРДС $\tau \rightarrow \infty$ и

передаточная функция $H(\omega)$ приближается по виду к ПФ идеального интегратора.

На рис. 5а приведена огибающая падающего импульса, совпадающая по форме с производной по времени от Гауссовой функции со следующими параметрами: $\sigma_t = 0,1$ пс, $\sigma = 50$ мкм, центральная частота импульса $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_B = 1255,77$ пс⁻¹. На левой половине рис. 5б ($x < 0$) приведён модуль огибающей прошедшего импульса после дифракции на БРДС с числом слоёв $N_L = 29$ (случай высокочастотного резонанса).

Добротность резонанса $Q = 7848,6$, где $\omega_p = 1255,77 - 0,08i$ пс⁻¹ – комплексная частота собственной моды решётки, вычисленная как полюс матрицы рассеяния [24]. Постоянная времени для рассчитанной структуры $\tau = 12,5$ пс на два порядка превышает длительность падающего импульса.

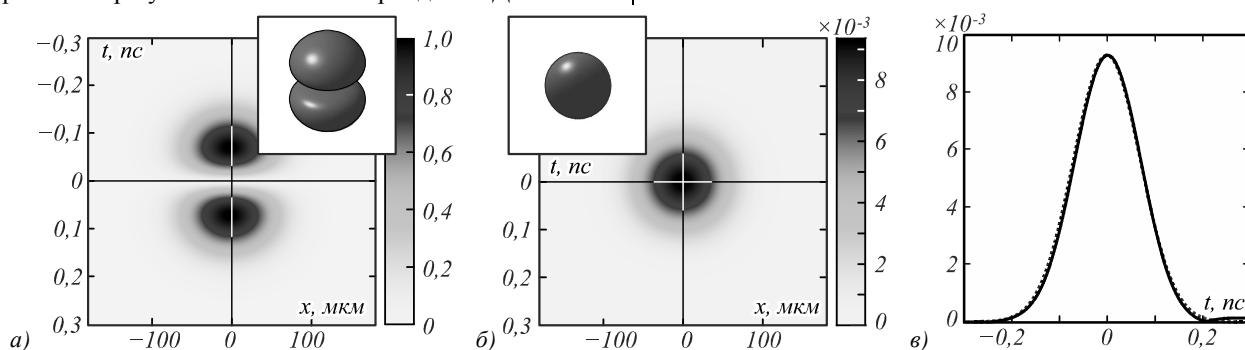


Рис. 5. Огибающая импульса (компоненты E_x), падающего на БРДС с $N_L = 29$ слоями (а); модуль огибающей прошедшего импульса, вычисленной с использованием метода фурье-мод и выражения (5) (левая половина, $x < 0$); модуль интеграла по времени от огибающей падающего импульса (правая половина, $x > 0$) (б); модули огибающей прошедшего импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной первообразной (пунктирная линия) при $x = y = 0$ (в). На врезках показаны поверхности равного уровня огибающих падающего и прошедшего импульсов в пространстве (x, y, t)

В этом случае огибающая прошедшего импульса (левая половина рис. 5б, $x < 0$) близка к интегралу по времени от огибающей падающего импульса (правая половина рис. 5б, $x > 0$):

$$u_T(t) \sim \int_0^{+\infty} v(t - \tau) d\tau. \quad (14)$$

СКО распределений поля на рис. 5б составило 2,8%, амплитуда проинтегрированного импульса 0,8% от амплитуды падающего импульса. Для наглядности на рис. 5в приведены модули огибающей прошедшего импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной первообразной (пунктирная линия) как функции t при $x = y = 0$.

Заключение

В настоящей работе было теоретически описано преобразование огибающей трёхмерного оптического импульса при дифракции на брэгговской решётке с дефектным слоем в терминах теории линейных систем. Показано, что передаточная функция линейной системы определяется коэффициентом отражения (пропускания) БРДС. Показана возможность осуществления операций временного дифференцирования и интегрирования от огибающей падающего трёхмерного импульса. Теоретически обоснована и

численно продемонстрирована возможность вычисления производной по времени второго порядка системой из двух дифференцирующих БРДС. Операции выполняются для падающего импульса, пространственный спектр которого достаточно узок, чтобы искажениями пространственного профиля импульса можно было пренебречь.

Представленные результаты строгого моделирования методом фурье-мод полностью подтверждают теоретическое описание. Данная работа обобщает известные операции временной обработки оптического сигнала на трёхмерный случай в планарной геометрии. Результаты настоящей работы могут найти применение при создании новых планарных устройств для полностью оптической обработки информации и аналоговых оптических вычислений.

Приложение

Матрица рассеяния \mathbf{S} связывает комплексные амплитуды падающих на решётку волн и комплексные амплитуды рассеянных волн:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где \mathbf{R} и \mathbf{T} – векторы комплексных амплитуд отражённых и прошедших порядков дифракции, а \mathbf{I}_1 и \mathbf{I}_2 –

векторы комплексных амплитуды волн, падающих на структуру сверху и снизу. В рассматриваемом случае БРДС существуют лишь нулевые порядки дифракции, и матрица рассеяния имеет вид:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} T & R \\ R & T \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где R и T – комплексные коэффициенты отражения и пропускания БРДС.

Следуя [25, 26], матрица рассеяния системы $\tilde{\mathbf{S}}$, состоящей из двух одинаковых БРДС, разделённых слоем диэлектрика (рис. 3), может быть получена в виде:

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S} \otimes \mathbf{L} \otimes \mathbf{S}, \quad (17)$$

где $\mathbf{L} = \exp\{ik_z l\} \mathbf{E}$, l – расстояние между решётками, \mathbf{E} – единичная матрица, \otimes – ассоциативная операция, определённая в [26]. Отметим, что материал разделяющего слоя должен совпадать с материалами над и под составной структурой, иначе матрицы рассеяния двух БРДС \mathbf{S} в (17) перестанут иметь вид (16), потеряют симметричность, перестанут совпадать друг с другом и потеряют ноль в отражении (19). Итоговая матрица $\tilde{\mathbf{S}}$ имеет вид:

$$\tilde{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} \frac{e^{ik_z l} T^2}{1 - e^{2ik_z l} R^2} & R \frac{1 + e^{2ik_z l} (T^2 - R^2)}{1 - e^{2ik_z l} R^2} \\ R \frac{1 + e^{2ik_z l} (T^2 - R^2)}{1 - e^{2ik_z l} R^2} & \frac{e^{ik_z l} T^2}{1 - e^{2ik_z l} R^2} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Учитывая, что в окрестности длины волны Брэгга коэффициент отражения обращается в ноль (а коэффициент пропускания – в единицу), справедливо следующее их разложение по степеням $(\omega - \omega_0)$:

$$\begin{aligned} R &= \alpha(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0), \\ T &= 1 + \beta(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0). \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя разложения (19) в (18), получим коэффициент отражения исследуемой системы из двух БРДС в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= (\alpha(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0)) \times \\ &\times \frac{1 + e^{2ik_z l} (1 + 2\beta(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0))}{1 - e^{2ik_z l} (\alpha(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0))^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Легко видеть, что при $k_z l = \pi/2$ структура имеет ноль отражения второго порядка:

$$\tilde{R} = -2\alpha\beta(\omega - \omega_0)^2 + o(\omega - \omega_0)^2. \quad (21)$$

Благодарности

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ (№15-07-00548 и №16-29-11683) и Министерства образования и науки Российской Федерации. Авторы благодарят суперкомпьютерный центр Самарского университета за предоставленные вычислительные ресурсы.

Литература

1. **Silva, A.** Performing mathematical operations with metamaterials / A. Silva, F. Monticone, G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù, N. Engheta // Science. – 2014. – Vol. 343, Issue 6167. – P. 160-163. – DOI: 10.1126/science.1242818.
2. **Slavík, R.** Terahertz-bandwidth high-order temporal differentiators based on phase-shifted long-period fiber gratings / R. Slavík, Y. Park, M. Kulishov, J. Azaña // Optics Letters. – 2009. – Vol. 34(20). – P. 3116-3118. – DOI: 10.1364/OL.34.003116.
3. **Rivas, L.M.** Experimental demonstration of ultrafast all-fiber high-order photonic temporal differentiators / L.M. Rivas, S. Boudreau, Y. Park, R. Slavík, S. LaRochelle, A. Carballar, J. Azaña // Optics Letters. – 2009. – Vol. 34(12). – P. 1792-1794. – DOI: 10.1364/OL.34.001792.
4. **Berger, N.K.** Temporal differentiation of optical signals using a phase-shifted fiber Bragg grating / N.K. Berger, B. Levit, B. Fischer, M. Kulishov, D.V. Plant, J. Azaña // Optics Express. – 2007. – Vol. 15(2). – P. 371-381. – DOI: 10.1364/OE.15.000371.
5. **Kulishov, M.** Design of high-order all-optical temporal differentiators based on multiple-phase-shifted fiber Bragg gratings / M. Kulishov, J. Azaña // Optics Express. – 2007. – Vol. 15(10). – P. 6152-6166. – DOI: 10.1364/OE.15.006152.
6. **Ngo, N.Q.** Design of an optical temporal integrator based on a phase-shifted fiber Bragg grating in transmission / N.Q. Ngo // Optics Letters. – 2007. – Vol. 32(20). – P. 3020-3022. – DOI: 10.1364/OL.32.003020.
7. **Doskolovich, L.L.** Spatial differentiation of optical beams using phase-shifted Bragg grating / L.L. Doskolovich, D.A. Bykov, E.A. Bezus, V.A. Soifer // Optics Letters. – 2014. – Vol. 39(5). – P. 1278-1281. – DOI: 10.1364/OL.39.001278.
8. **Golovastikov, N.V.** Spatial optical integrator based on phase-shifted Bragg gratings / N.V. Golovastikov, D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus // Optics Communications. – 2015. – Vol. 338. – P. 457-460. – DOI: 10.1016/j.optcom.2014.11.007.
9. **Bykov, D.A.** Optical computation of the Laplace operator using phase-shifted Bragg grating / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus, V.A. Soifer // Optics Express. – 2014. – Vol. 22(21). – P. 25084-25092. – DOI: 10.1364/OE.22.025084.
10. **Bykov, D.A.** Single-resonance diffraction gratings for time-domain pulse transformations: integration of optical signals / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, V.A. Soifer // Journal of the Optical Society of America A. – 2012. – Vol. 29(8). – P. 1734-1740. – DOI: 10.1364/JOSAA.29.001734.
11. **Ruan, Z.** Spatial mode control of surface plasmon polariton excitation with gain medium: from spatial differentiator to integrator / Z. Ruan // Optics Letters. – 2015. – Vol. 40(4). – P. 601-604. – DOI: 10.1364/OL.40.000601.
12. **Liu, W.** A fully reconfigurable photonic integrated signal processor / W. Liu, M. Li, R.S. Guzzon, E.J. Norberg, J.S. Parker, M. Lu, L.A. Coldren, J. Yao // Nature Photonics. – 2016. – Vol. 10(3). – P. 190-195. – DOI: 10.1038/nphoton.2015.281.
13. **Yang, T.** All-optical differential equation solver with constant-coefficient tunable based on a single microring resonator / T. Yang, J. Dong, L. Lu, L. Zhou, A. Zheng, X. Zhang, J. Chen // Scientific Reports. – 2014. – Vol. 4. – 5581. – DOI: 10.1038/srep05581.
14. **Wu, J.** Compact tunable silicon photonic differential-equation solver for general linear time-invariant systems / J. Wu, P. Cao, X. Hu, X. Jiang, T. Pan, Y. Yang, C. Qiu, C. Tremblay, Y. Su // Optics Express. – 2014. – Vol. 22(21). – P. 26254-26264. – DOI: 10.1364/OE.22.026254.

15. **Ferrera, M.** All-optical 1st and 2nd order integration on a chip / M. Ferrera, Y. Park, L. Razzari, B.E. Little, S.T. Chu, R. Morandotti, D.J. Moss, J. Azaña // *Optics Express*. – 2011 – Vol. 19(23). – P. 23153-23161. – DOI: 10.1364/OE.19.023153.
16. **Kazanskiy, N.L.** Use of photonic crystal cavities for temporal differentiation of optical signals / N.L. Kazanskiy, P.G. Serafimovich, S.N. Khonina // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38(7). – P. 1149-1151. – DOI: 10.1364/OL.38.001149.
17. **Kazanskiy, N.L.** Coupled-resonator optical waveguides for temporal integration of optical signals / N.L. Kazanskiy, P.G. Serafimovich // *Optics Express*. – 2014. – Vol. 22(11). – P. 14004-14013. – DOI: 10.1364/OE.22.014004.
18. **Головастикова, Н.В.** Преобразование пространственно-временного оптического импульса резонансной дифракционной решёткой / Н.В. Головастикова, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович, В.А. Сойфер // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2015. – Т. 148, Вып. 5. – С. 899-907. – DOI: 10.7868/S0044451015110061.
19. **Golovastikov, N.** Spatiotemporal pulse shaping using resonant diffraction gratings / N. Golovastikov, D. Bykov, L. Doskolovich // *Optics Letters*. – 2015. – Vol. 40(15). – P. 3492-3495. – DOI: 10.1364/OL.40.003492.
20. **Sepke, S.M.** Exact analytical solution for the vector electromagnetic field of Gaussian, flattened Gaussian, and annular Gaussian laser modes / S.M. Sepke, D.P. Umstadter // *Optics Letters*. – 2006. – Vol. 31(10). – P. 1447-1449. – DOI: 10.1364/OL.31.001447.
21. **Zhou, G.** The analytical vectorial structure of a nonparaxial Gaussian beam close to the source / G. Zhou // *Optics Express*. – 2008. – Vol. 16(6). – P. 3504-3514. – DOI: 10.1364/OE.16.003504.
22. **Досколович, Л.Л.** Резонансная аппроксимация спектров брэгговской структуры с дефектным слоем / Л.Л. Досколович, Н.В. Головастикова, Д.А. Быков, С.И. Харитонов // *Компьютерная оптика*. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 311-318. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-311-318.
23. **Moharam, M.G.** Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach / M.G. Moharam, D.A. Pommet, E.B. Grann, T.K. Gaylord // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1995. – Vol. 12(5). – P. 1077-1086. – DOI: 10.1364/JOSAA.12.001077.
24. **Tikhodeev, S.G.** Quasiguidded modes and optical properties of photonic crystal slabs / S.G. Tikhodeev, A.L. Yablonskii, E.A. Muljarov, N.A. Gippius, T. Ishihara // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 66. – 045102. – DOI: 10.1103/PhysRevB.66.045102.
25. **Li, L.** Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings / L. Li // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1996. – Vol. 13(5). – P. 1024-1035. – DOI: 10.1364/JOSAA.13.001024.
26. **Дифракционная оптика и нанофотоника** / Е.А. Безус, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович, А.А. Ковалёв, В.В. Котляр, А.Г. Налимов, А.П. Порфирьев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.С. Стафеев, С.Н. Хонина; под ред. Сойфера. – М.: Физматлит, 2014. – 608 с. – ISBN: 978-5-9221-1571-1.

Сведения об авторах

Головастикова Никита Владимирович, в 2014 году с отличием окончил магистратуру Самарского государственного аэрокосмического университета по специальности 0501 «Прикладные математика и физика». В настоящее время работает инженером в Самарском университете и младшим научным сотрудником в лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН) – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, нанофотоника. E-mail: nikita.golovastikov@gmail.com.

Быков Дмитрий Александрович, в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». Кандидат физико-математических наук (2011 г.), научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН) – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и научный сотрудник Самарского университета. Области научных интересов: нанофотоника, магнитооптика, плазмоника, электромагнитная теория дифракции. E-mail: bykovd@gmail.com.

Досколович Леонид Леонидович, в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, работает заведующим лабораторией дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН) – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, профессором кафедры технической кибернетики Самарского университета и ведущим научным сотрудником научно-исследовательской лаборатории прорывных технологий дистанционного зондирования Земли Самарского университета. Специалист в области дифракционной оптики, лазерных информационных технологий, нанофотоники. E-mail: leonid@smr.ru.

ГРНТИ: 29.31.00

Поступила в редакцию 15 декабря 2016 г. Окончательный вариант – 20 января 2017 г.

TEMPORAL DIFFERENTIATION AND INTEGRATION OF 3D OPTICAL PULSES USING PHASE-SHIFTED BRAGG GRATINGS

N.V. Golovastikov^{1,2}, D.A. Bykov^{1,2}, L.L. Doskolovich^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia,

²Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

We consider diffraction of a three-dimensional (3D) spatiotemporal optical pulse by a phase-shifted Bragg grating (PSBG). The pulse diffraction is described in terms of signal propagation through a linear system with its transfer function determined by the reflection or transmission coefficient of the PSBG. It is shown that a PSBG can perform temporal differentiation in reflection and temporal integration in transmission of a 3D spatiotemporal optical pulse envelope. Second order differentiation of the incident pulse envelope is achieved using two differentiating PSBGs separated by a vacuum layer with the optical thickness of a quarter of the Bragg wavelength. The possibility of performing the said operations are confirmed by rigorous simulation results.

Keywords: thin films; pulse shaping.

Citation: Golovastikov NV, Bykov DA, Doskolovich LL. Temporal differentiation and integration of 3D optical pulses using phase-shifted Bragg gratings. *Computer Optics* 2017; 41(1): 13-21. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-1-13-21.

Acknowledgements: The work was funded by Russian Foundation of Basic Research Grants (grant No.15-07-00548, No.16-29-11683) and the Russian Federation Ministry of Education and Science.

References

- [1] Silva A, Monticone F, Castaldi G, Galdi V, Alù A, Engheta N. Performing mathematical operations with metamaterials. *Science* 2014; 343(6167): 160-163. DOI: 10.1126/science.1242818.
- [2] Slavík R, Park Y, Kulishov M, Azaña J. Terahertz-bandwidth high-order temporal differentiators based on phase-shifted long-period fiber gratings. *Opt Lett* 2009; 34(20): 3116-3118. DOI: 10.1364/OL.34.003116.
- [3] Rivas LM, Boudreau S, Park Y, Slavík R, LaRochelle S, Carballar A, Azaña J. Experimental demonstration of ultrafast all-fiber high-order photonic temporal differentiators. *Opt Lett* 2009; 34(12): 1792-1794. DOI: 10.1364/OL.34.001792.
- [4] Berger NK, Levit B, Fischer B, Kulishov M, Plant DV, Azaña J. Temporal differentiation of optical signals using a phase-shifted fiber Bragg grating. *Opt Express* 2007; 15(2): 371-381. DOI: 10.1364/OE.15.000371.
- [5] Kulishov M, Azaña J. Design of high-order all-optical temporal differentiators based on multiple-phase-shifted fiber Bragg gratings. *Opt Express* 2007; 15(10): 6152-6166. DOI: 10.1364/OE.15.006152.
- [6] Ngo NQ. Design of an optical temporal integrator based on a phase-shifted fiber Bragg grating in transmission. *Opt Lett* 2007; 32(20): 3020-3022. DOI: 10.1364/OL.32.003020.
- [7] Doskolovich LL, Bykov DA, Bezus EA, Soifer VA. Spatial differentiation of optical beams using phase-shifted Bragg grating. *Opt Lett* 2014; 39(5): 1278-1281. DOI: 10.1364/OL.39.001278.
- [8] Golovastikov NV, Bykov DA, Doskolovich LL, Bezus EA. Spatial optical integrator based on phase-shifted Bragg gratings. *Opt Commun* 2015; 338: 457-460. DOI: 10.1016/j.optcom.2014.11.007.
- [9] Bykov DA, Doskolovich LL, Bezus EA, Soifer VA. Optical computation of the Laplace operator using phase-shifted Bragg grating. *Opt Express* 2014; 22(21): 25084-25092. DOI: 10.1364/OE.22.025084.
- [10] Bykov DA, Doskolovich LL, Soifer VA. Single-resonance diffraction gratings for time-domain pulse transformations: integration of optical signals. *JOSA A* 2012; 29(8): 1734-1740. DOI: 10.1364/JOSAA.29.001734.
- [11] Ruan Z. Spatial mode control of surface plasmon polariton excitation with gain medium: from spatial differentiator to integrator. *Opt Lett* 2015; 40(4): 601-604. DOI: 10.1364/OL.40.000601.
- [12] Liu W, Li M, Guzzon RS, Norberg EJ, Parker JS, Lu M, Coldren LA, Yao J. A fully reconfigurable photonic integrated signal processor. *Nature Photonics* 2016; 10(3): 190-195. DOI: 10.1038/nphoton.2015.281.
- [13] Yang T, Dong J, Lu L, Zhou L, Zheng A, Zhang X, Chen J. All-optical differential equation solver with constant-coefficient tunable based on a single microring resonator. *Sci Rep* 2014; 4: 5581. DOI: 10.1038/srep05581.
- [14] Wu J, Cao P, Hu X, Jiang X, Pan T, Yang Y, Qiu C, Tremblay C, Su Y. Compact tunable silicon photonic differential-equation solver for general linear time-invariant systems. *Opt Express* 2014; 22(21): 26254-26264. DOI: 10.1364/OE.22.026254.
- [15] Ferrera M, Park Y, Razzari L, Little BE, Chu ST, Morandotti R, Moss DJ, Azaña J. All-optical 1st and 2nd order integration on a chip. *Opt Express* 2011; 19(23): 23153-23161. DOI: 10.1364/OE.19.023153.
- [16] Kazanskiy NL, Serafimovich PG, Khonina SN. Use of photonic crystal cavities for temporal differentiation of optical signals. *Opt Lett* 2013; 38(7): 1149-1151. DOI: 10.1364/OL.38.001149.
- [17] Kazanskiy NL, Serafimovich PG. Coupled-resonator optical waveguides for temporal integration of optical signals. *Opt Express* 2014; 22(11): 14004-14013. DOI: 10.1364/OE.22.014004.
- [18] Golovastikov NV, Bykov DA, Doskolovich LL, Soifer VA. Spatiotemporal Optical Pulse Transformation by a Resonant Diffraction Grating. *JETP* 2015; 121(5): 785-792. DOI: 10.1134/S1063776115110138.
- [19] Golovastikov N, Bykov D, Doskolovich L. Spatiotemporal pulse shaping using resonant diffraction gratings. *Opt Lett* 2015; 40(15): 3492-3495. DOI: 10.1364/OL.40.003492.
- [20] Sepke SM, Umstadter DP. Exact analytical solution for the vector electromagnetic field of Gaussian, flattened Gaussian, and annular Gaussian laser modes. *Opt Lett* 2006; 31(10): 1447-1449. DOI: 10.1364/OL.31.001447.

- [21] Zhou G. The analytical vectorial structure of a nonparaxial Gaussian beam close to the source. *Opt Express* 2008; 16(6): 3504-3514. DOI: 10.1364/OE.16.003504.
- [22] Doskolovich LL, Golovastikov NV, Bykov DA, Kharitonov SI. Resonant approximation of phase-shifted Bragg grating (PSBG) spectra. *Computer Optics* 2015; 39(3): 311-318. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-311-318.
- [23] Moharam MG, Pommet DA, Grann EB, Gaylord TK. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. *JOSA A* 1995; 12(5): 1077-1086. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001077.
- [24] Tikhodeev SG, Yablonskii AL, Muljarov EA, Gippius NA, Ishihara T. Quasiguidded modes and optical properties of photonic crystal slabs. *Phys Rev B* 2002; 66: 045102. DOI: 10.1103/PhysRevB.66.045102.
- [25] Li L. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings. *JOSA A* 1996; 13(5): 1024-1035. DOI: 10.1364/JOSAA.13.001024.
- [26] Soifer VA, ed. *Diffraction optics and nanophotonics* [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2014. ISBN: 978-5-9221-1571-1.

Authors' information

Nikita Vladimirovich Golovastikov (b. 1991) graduated with honours (2014) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Physics. Currently he works as an engineer at SSAU and as research assistant at the Image Processing Systems Institute RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Research interests are diffractive optics and nanophotonics. E-mail: nikita.golovastikov@gmail.com.

Dmitry Alexandrovich Bykov (b. 1986) graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Candidate in Physics and Mathematics (2011). Researcher at the Samara University. Currently he is a researcher in Diffractive Optics laboratory of the Image Processing Systems Institute RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. His current research interests include nanophotonics, magneto-optics of nanostructured materials, plasmonics and electromagnetic diffraction theory. E-mail: bykovd@gmail.com.

Leonid Leonidovich Doskolovich (b. 1966) graduated with honours (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths (2001) degree from Samara State Aerospace University. Laboratory chief in the Image Processing Systems Institute RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, professor at SSAU's Technical Cybernetics subdepartment, the senior researcher at the Breakthrough Technologies for Earth's Remote Sensing laboratory at SSAU. His leading research interests include diffractive optics, laser information technologies, nanophotonics. E-mail: leonid@smr.ru.

Received December 15, 2016. The final version – January 20, 2017.
