

ВЛИЯНИЕ УЧЁТА ВЫСШИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ТЕОРИИ ДИСПЕРСИИ НА ХАРАКТЕР ТРАНСФОРМАЦИИ ОГИБАЮЩЕЙ ИМПУЛЬСА В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Н. С. Захаров¹, С.В. Холод¹

¹ ФГКУ «12 ЦНИИ» Минобороны России, Сергиев Посад, Россия

Аннотация

В статье приведены результаты численного расчёта огибающей и частотного профиля импульса при распространении в диспергирующей среде на примере распространения фемтосекундного импульса в плазме. Дано объяснение возникновению модуляции в нечётных порядках приближения теории дисперсии и исчезновению – в чётных порядках. Показано, что достаточным для проведения большинства расчётов переноса ультракоротких импульсов может считаться четвёртое приближение теории дисперсии.

Ключевые слова: ультракороткий импульс, теория дисперсии, огибающая импульса, фурье-преобразование, чирпинг.

Цитирование: Захаров, Н.С. Влияние учёта высших приближений теории дисперсии на характер трансформации огибающей импульса в диспергирующей среде / Н.С. Захаров, С.В. Холод // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 5. – С. 636-644. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-636-644.

Введение

В последнее время особую актуальность приобрели исследования процессов как взаимодействия мощных ультракоротких (атто-, фемто- и пикосекундных) лазерных импульсов с веществом, так и распространения этих импульсов в различных средах. Это обусловлено, с одной стороны, созданием новейших лазерных технологий для генерации ультракоротких лазерных импульсов с длительностями от сотен аттосекунд до сотен фемтосекунд (10^{-16} – 10^{-13} с) и, с другой стороны, теми возможностями, которые фемтосекундная оптика открывает для решения широкого класса фундаментальных и прикладных задач, таких как изучение экстремальных состояний вещества в сверхсильных лазерных полях, исследование быстропротекающих процессов, построение оптических систем связи высокой плотности передачи информации, дистанционное зондирование атмосферы, прецизионная обработка материалов и т.п. [1–3]. В рамках таких исследований важное значение имеет теоретическая задача определения параметров распространения лазерных импульсов в диспергирующей среде. Общий подход к решению этой задачи заключается в поиске решений волнового уравнения (уравнения переноса) [4–7]. Но, так как точное решение уравнения переноса для произвольной дисперсии показателя преломления среды $n(\omega)$ (и волнового вектора $k(\omega)$) удаётся получить лишь в сравнительно простых случаях, учёт $n(\omega)$ и $k(\omega)$ производится в различных приближениях теории дисперсии и, к тому же, помимо приближений теории дисперсии, применяются различные приближённые методы решения.

Одним из широко используемых является метод медленно меняющихся амплитуд (ММА), или, иначе, метод медленно меняющейся огибающей амплитуды (ММО), где решение уравнений переноса излучения ищется в виде произведения комплексной огибающей и осцилляций на постоянной несущей частоте ω_0

$$E(z, t) = A(z, t) \exp(-i\omega_0 t). \quad (1)$$

Данный метод считается применимым, когда комплексная амплитуда меняется медленно по отношению к периоду колебаний:

$$\left| \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right| \ll \frac{\omega_0}{2\pi}. \quad (2)$$

Поэтому для описания динамики сверхкоротких и сверхширокополосных импульсов применимость метода ММА ставится под сомнение [8] и много внимания уделяется как его модификации [9, 10], так и разработке новых теоретических подходов [11, 12].

Распространение высокочастотных волновых пакетов, в том числе оптического диапазона, в нелинейных диспергирующих средах обычно анализируется во втором (квазиоптическом) приближении теории нелинейной дисперсии [13]. Это связано с тем, что «во многих случаях распространения сверхкоротких импульсов пико- и фемтосекундной длительности достаточным оказывается второе приближение теории дисперсии» [14, с. 454], а необходимость исходить из более высокого приближения теории дисперсии связывается с малыми или нулевым значением дисперсии групповой скорости. А в работе [15] второе приближение даже названо «притягательным для решения различных задач». Это свидетельствует о том, что в общем случае вне зависимости от применяемого метода решения уравнения переноса высшие степени теории дисперсии при расчёте прикладных задач распространения импульсов чаще всего не рассматриваются [8–12, 16–18], хотя в отдельных задачах приходится обращаться и к более высоким степеням этой теории [14, 18–20]. В связи с этим возникает вопрос о правомочности ограничения малыми приближениями теории дисперсии применительно к ультракоротким и сверхширокополосным импульсам.

Целью настоящей работы является определение влияния учёта высших приближений теории дисперсии на характер трансформации огибающей импульса в диспергирующей среде и оценка достоверности этих приближений для предельно коротких импульсов.

1. Методология расчётов

Для определения параметров распространения ультракоротких импульсов излучения и характера трансформации огибающей импульса в диспергирующей среде использовался численный метод двойных фурье-преобразований [2–5, 7], в котором импульс, распространяющийся в среде, представляется в виде суперпозиции плоских монохроматических волн

$$E(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} E(\omega) \exp(-i\omega t + i\phi(\omega, z)) d\omega, \quad (3)$$

где $E(\omega)$ – фурье-компонента электрического поля лазерного импульса

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \exp(i\omega t) dt, \quad (4)$$

а $f(\omega, z)$ – приращение фазы на расстоянии z , равное

$$\phi(\omega, z) = \int_0^z k(\omega, z') dz', \quad (5)$$

где $k(\omega, z)$ – модуль волнового вектора.

В частности, для однородной среды приращение фазы становится равно

$$\phi(\omega, z) = k(\omega) z. \quad (6)$$

Для предельно коротких импульсов, у которых длительность τ_{i0} близка к отношению λ_0/c , а ширина фурье-спектра становится соизмерима с ω , а также сверхширокополосных, у которых может не иметься выделенной несущей частоты, более информативным с точки зрения анализа распространения импульсов в оптических системах становится представление импульса не в виде (1), а в виде произведения действительной огибающей и осцилляций на мгновенной частоте $\omega(t)$.

$$E(z, t) = |A(z, t)| \exp(-i\omega(t)t). \quad (7)$$

Ранее, в работе [22], методом двойных фурье-преобразований уже было исследовано влияние пяти порядков приближения теории дисперсии на характер трансформации огибающей импульса в плавленом кварце, где огибающие в третьем и пятом приближениях были асимметричными и на них наблюдалась модуляция, а огибающие во втором и четвёртом приближениях были симметричными. Принимая во внимание, что каждое последующее приближение должно быть ближе к реальному импульсу, в достоверности полученной симметричности огибающей в четвёртом приближении можно сомневаться, связывая это либо с использованием в [22] библиотечного алгоритма быстрого преобразования Фурье (IEEE FFT842), либо с тем, что более вероятно, что вклад четвёртого порядка исследовался отдельно от вклада меньших порядков.

Ещё в одной работе [23] рассматривались эффекты от учёта высших порядков теории дисперсии, но сами эффекты оказались малозаметными, возможно

из-за использованных для численного моделирования исходных данных, при которых эти эффекты сказываются в недостаточной мере.

В данной работе использовался программный код «Fourier» [24], который позволяет получить временные энергетические $|A(t)|^2$ и частотные $\omega(t)$ профили импульса с начальным Гауссовым профилем

$$E(t) = E_0 \exp\left(-\frac{2t^2}{\tau_{i0}^2}\right), \quad (8)$$

прошедшего через диспергирующие среды, например, оптические материалы [2], плазму [25], атмосферу [26].

В качестве диспергирующей среды для определения параметров распространения ультракоротких импульсов излучения была выбрана идеальная бесстолкновительная плазма, где модуль волнового вектора выражается через плазменную частоту ω_p ,

$$k(\omega) = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}{c}, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{4\pi N_e e^2}{m_e}}. \quad (9)$$

Выбор плазмы обусловлен следующими причинами:

- функция $k(\omega)$ бесконечно дифференцируема;
- функция $k(\omega)$ монотонна;
- значение функции $k(\omega)$ сильно зависит от частоты на интервале частотного спектра импульса;
- функция $k(\omega)$ вариативна по параметру концентрации электронов, что позволяет задавать континуум дисперсионных уравнений.

При визуализации результатов расчёта обращают на себя внимание следующие особенности (рис. 1):

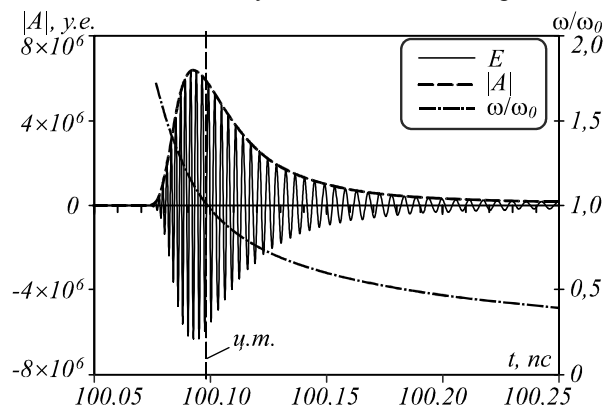


Рис. 1. Огибающая и частотный профиль импульса с длиной волны 800 нм, начальной длительностью 3 фс после прохождения 30 мм слоя плазмы с концентрацией электронов 10^{18} см^{-3}

- «центр тяжести» импульса, то есть момент времени, делящий энергию импульса пополам:

$$\int_{-\infty}^{t_{u.m.}} |A(t)|^2 dt = \int_{t_{u.m.}}^{\infty} |A(t)|^2 dt, \quad (10)$$

- не совпадает с максимумом импульса;
- в «центре тяжести» импульса частота импульса становится равной несущей частоте импульса:

$$\omega(t_{u.m.}) = \omega_0; \quad (11)$$

– частота в импульсе не только не является постоянной, но и представляет собой нелинейный чирп:

$$\frac{d}{dt} \omega(t) \neq \text{const}; \tag{12}$$

– частотный профиль является монотонно убывающей вогнутой функцией:

$$\frac{d}{dt} \omega(t) < 0, \quad \frac{d^2}{dt^2} \omega(t) < 0; \tag{13}$$

– импульс имеет резкий «синий» (коротковолновый) фронт и протяжённый «красный» (длинноволновый) хвост.

2. Расчёты

Чтобы определить влияние учёта высших приближений, с помощью программного кода «Fourier» [24] проведём расчёт импульса в фиктивных средах с искусственно заданным модулем волнового вектора:

$$k_{(N)}(\omega) = \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} k_n(\omega_0) (\omega - \omega_0)^n, \tag{14}$$

где k_n – коэффициенты разложения волнового вектора (9) в ряд Тейлора в окрестностях ω_0 (формулы (15), (16.0) – (16.6), табл. 1), а N – порядок приближения.

$$k_n(\omega_0) = \left. \frac{d^n k(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0}, \tag{15}$$

$$k_0(\omega_0) = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2}}{c}, \tag{16.0}$$

$$k_1(\omega_0) = \frac{1}{c} \frac{\omega_0}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{1/2}}, \tag{16.1}$$

$$k_2(\omega_0) = \frac{1}{c} \left[\frac{-\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{1/2}} \right] = \frac{\omega_p^2}{c} \left[\frac{-1}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{3/2}} \right], \tag{16.2}$$

$$k_3(\omega_0) = \frac{1}{c} \left[\frac{3\omega_0^3}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{5/2}} - \frac{3\omega_0}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{3/2}} \right] = \frac{\omega_p^2}{c} \left[\frac{3\omega_0}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{5/2}} \right], \tag{16.3}$$

$$k_4(\omega_0) = \frac{1}{c} \left[\frac{-15\omega_0^4}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{7/2}} + \frac{18\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{5/2}} - \frac{3}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{3/2}} \right] = \frac{\omega_p^2}{c} \left[\frac{-12\omega_0^2 - 3\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{7/2}} \right], \tag{16.4}$$

$$k_5(\omega_0) = \frac{1}{c} \left[\frac{105\omega_0^5}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{9/2}} - \frac{150\omega_0^3}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{7/2}} + \frac{45\omega_0}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{5/2}} \right] = \frac{\omega_p^2}{c} \left[\frac{60\omega_0^3 + 45\omega_0\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{9/2}} \right], \tag{16.5}$$

$$k_6(\omega_0) = \frac{1}{c} \left[\frac{-945\omega_0^6}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{11/2}} + \frac{1575\omega_0^4}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{9/2}} - \frac{675\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{7/2}} + \frac{45}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{5/2}} \right] = \frac{\omega_p^2}{c} \left[\frac{-360\omega_0^4 - 540\omega_0^2\omega_p^2 - 45\omega_p^4}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^{11/2}} \right]. \tag{16.6}$$

Табл. 1. Коэффициенты модуля волнового вектора для плазмы с различной концентрацией электронов

| Коэффициент | Значение | |
|---|---------------------------------|---------------------------------|
| | $N_e = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ | $N_e = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ |
| $k_0, 1/\text{м}$ | 7851726,95705445 | 7831405,65416448 |
| $k_1, \times 10^{-9}, \text{с/м}$ | 3,33659944954203 | 3,34525741607204 |
| $k_2, \times 10^{-28}, \text{с}^2/\text{м}$ | -8,13963724978130 | -82,0316516079013 |
| $k_3, \times 10^{-42}, \text{с}^3/\text{м}$ | 1,03768416740566 | 10,5121737914844 |
| $k_4, \times 10^{-57}, \text{с}^4/\text{м}$ | -1,76411296185595 | -17,9872670777900 |
| $k_5, \times 10^{-72}, \text{с}^5/\text{м}$ | 3,74938382613341 | 38,5272500540014 |
| $k_6, \times 10^{-87}, \text{с}^6/\text{м}$ | -9,56394169310979 | -99,1673518008646 |

Здесь первый коэффициент разложения равен обратной групповой скорости электромагнитных колебаний в плазме

$$k_1(\omega) = \frac{1}{u(\omega)}. \tag{17}$$

А из-за того, что $\omega_p \ll \omega_0$, последующие коэффициенты разложения приблизительно равны

$$k_n(\omega_0) \approx \frac{(-1)^{n-1}}{2} \frac{n!}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega_0^{n+1}} = (-1)^{n-1} \frac{n!}{\omega_0^{n+1}} \frac{2\pi N_e e^2}{m_e c} \tag{18}$$

и пропорциональны концентрации электронов.

Точность разложения можно оценить через относительную погрешность как

$$\delta_{(N)}(\omega) = \frac{k_{(N)}(\omega) - k(\omega)}{k(\omega)} \times 100\%. \tag{19}$$

Для среды с параметрами, приведёнными на рис. 1, относительная погрешность разложения волнового вектора на интервале $[0,5 \omega_0, 1,5 \omega_0]$, на который приходится 99 % спектральной интенсивности импульса, оказывается очень мала (рис. 2). Однако, как будет видно дальше, влияние учёта этой погрешности на результаты очень велико.

Для численного моделирования были взяты следующие параметры: частотный спектр – от 0 до $5\omega_0$, число спектральных групп – 2400, шаг дискретизации по времени – 0,1 фс.

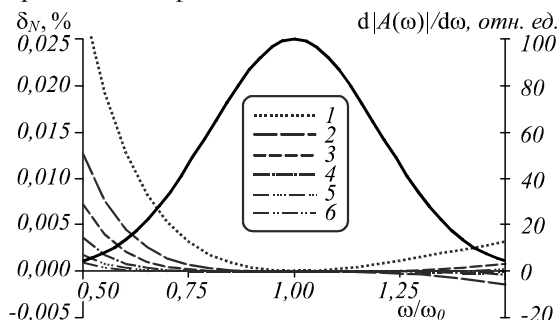


Рис. 2. Фурье-спектр и относительная погрешность разложения волнового вектора для разных порядков приближения N

3. Результаты расчётов

В первом приближении, то есть для среды без дисперсии, импульс безо всякого изменения формы огибающей лишь сдвигается на время, равное времени прохождения импульсом отрезка z с групповой скоростью $z/u(\omega) = k_1(\omega)z$ (рис. 3). Частота колебаний в импульсе при этом остаётся постоянной:

$$\frac{d}{dt}\omega_{(1)}(t) = 0. \tag{20}$$

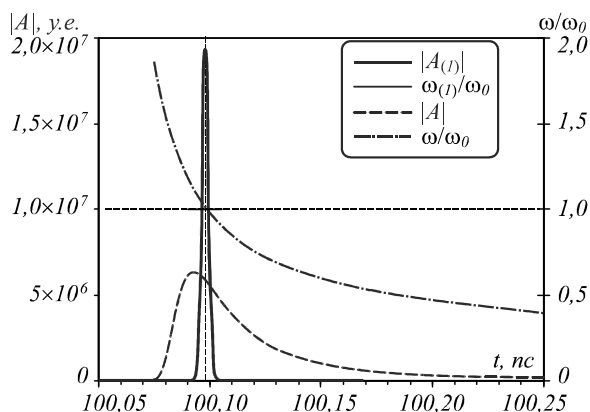


Рис. 3. Огибающая и частотный профиль импульса в первом приближении теории дисперсии

Во втором приближении, то есть для среды, где дисперсия только квадратична, импульс, помимо сдвига, ещё и уширяется, сохраняя свою симметричную, Гауссову форму, а частотная модуляция становится линейной (рис. 4), причём [7]

$$\frac{d}{dt}\omega_{(2)}(t) = \text{const} = \frac{z}{k_2(\omega_0)z^2 + \tau_{u0}^2/k_2(\omega_0)} \tag{21}$$

и частотный профиль проходит ниже профиля, рассчитанного для (9).

В третьем приближении (рис. 5) появляется асимметрия фронта и хвоста импульса, однако обращают на себя внимание появившиеся модуляции хвоста огибающей и частотного профиля.

В работе [7, с. 31] было показано, что наличие кубической дисперсии среды приводит к модуляции хвоста импульса. Однако в расчётах [2, 25], результат которых приведён на рис. 1, кубическая дисперсия присутствовала изначально, но никакой модуляции при этом не наблюдалось.

Однако в расчётах [2, 25], результат которых приведён на рис. 1, кубическая дисперсия присутствовала изначально, но никакой модуляции при этом не наблюдалось.

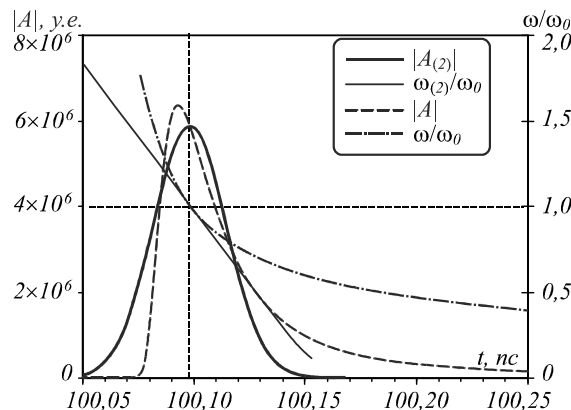


Рис. 4. Огибающая и частотный профиль импульса во втором приближении теории дисперсии

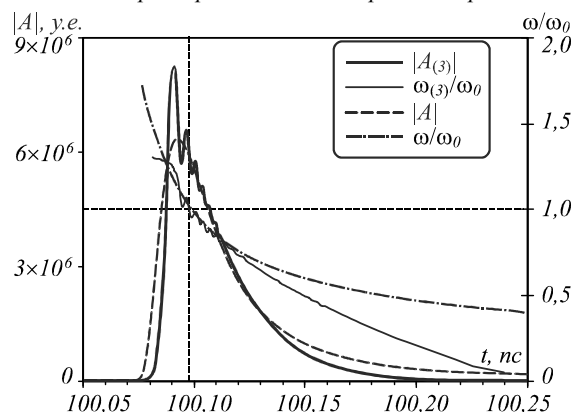


Рис. 5. Огибающая и частотный профиль импульса в третьем приближении теории дисперсии

Несмотря на то, что в [7] все расчёты проводились методом ММА при условии (2), а расчёты в [2, 25] и в настоящей статье проводились применительно к предельно короткому импульсу, сравнение результатов настоящих расчётов с расчётами, проведёнными в [7], вполне допустимо, так как при распространении в такой сильно диспергирующей среде, как плазма, предельно короткий импульс испытывает временное дисперсионное расширение, что очень хорошо заметно на рис. 1, поэтому условие (2) применимости метода ММА становится вновь выполненным.

В четвёртом приближении (рис. 6) модуляция исчезает, и форма огибающей становится более похожей на форму, приведённую на рис. 1.

В пятом приближении (рис. 7) эта же модуляция снова появляется, а в шестом (рис. 8) – опять исчезает. Причём шестое приближение практически ничем не отличается от четвёртого.

Как в четвёртом, так и в пятом, и в шестом приближениях заметно, что частотный профиль оказывается ниже профиля, рассчитанного для (9), и имеет перегиб в области фронта.

В [7, с. 33] утверждалось, что высшие приближения лишь «несколько уточняют количественно кар-

тину дисперсионного расплывания, сохраняя её основные черты, выявленные во втором и третьем приближениях», однако здесь наблюдается существенное различие в отношении наличия модуляции огибающей между третьим и четвёртым приближением, четвёртым и пятым, пятым и шестым, и о сохранении всех черт говорить не представляется возможным.

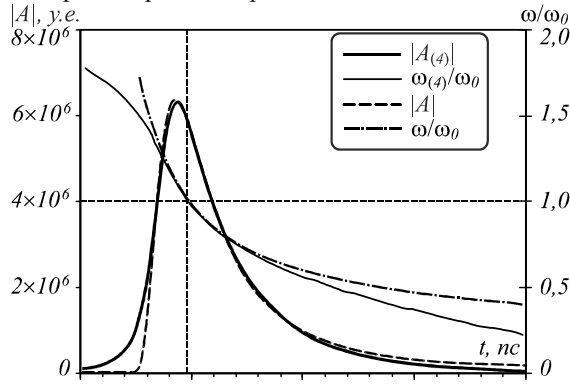


Рис. 6. Огибающая и частотный профиль импульса в четвёртом приближении теории дисперсии

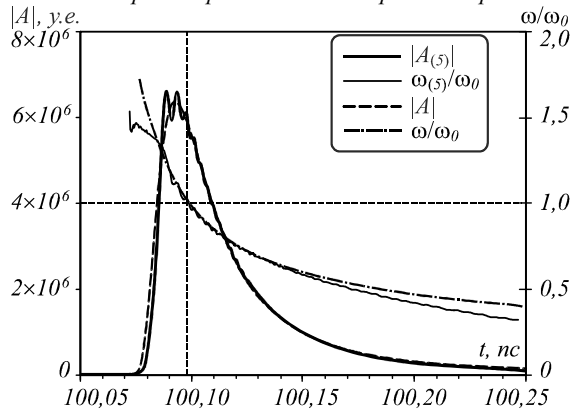


Рис. 7. Огибающая и частотный профиль импульса в пятом приближении теории дисперсии

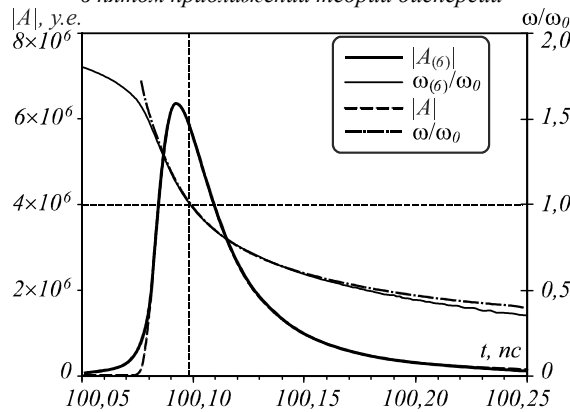


Рис. 8. Огибающая и частотный профиль импульса в шестом приближении теории дисперсии

К тому же в ряде задач, например, при определении параметров генерации суперконтинуума через девиацию частоты, которая пропорциональна скорости изменения интенсивности в импульсе [27]

$$\Delta\omega(t) = \frac{\omega}{c} n_2 z \frac{\partial}{\partial t} |A(t)|^2, \quad (22)$$

где n_2 – коэффициент нелинейного показателя преломления среды (коэффициент Керра), появление модуляции огибающей может существенно исказить результаты расчётов, что недопустимо.

Одним из основных параметров импульса является его длительность. Анализ результатов расчётов показывает (рис. 9), что она для второго приближения оказывается завышенной, для третьего и пятого – заниженной, а для четвёртого и шестого – практически совпадает с длительностью, полученной в результате расчёта для дисперсионного уравнения (9). Так как четвёртое приближение является и гладким, и первым, у которого длительность совпадает с длительностью, полученной без использования приближений теории дисперсии, то именно четвёртое приближение может считаться достаточным.

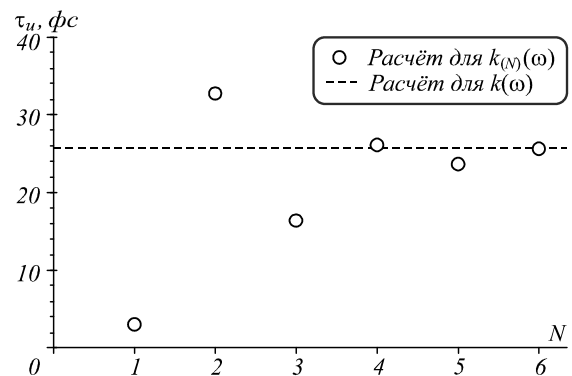


Рис. 9. Зависимость рассчитанной длительности импульса от порядка приближения теории дисперсии

Известно, что каждое последующее приближение теории дисперсии должно точнее описывать огибающую импульса. На рис. 10 и 11 показаны относительные погрешности расчёта огибающей и частотного профиля импульса для разных порядков приближения N , рассчитываемые как

$$\Delta_{(N)}^A(t) = \frac{|A_{(N)}(t)| - |A(t)|}{|A(t)|} \times 100\% \quad (23)$$

и
$$\Delta_{(N)}^\omega(t) = \frac{\omega_{(N)}(t) - \omega(t)}{\omega(t)} \times 100\%. \quad (24)$$

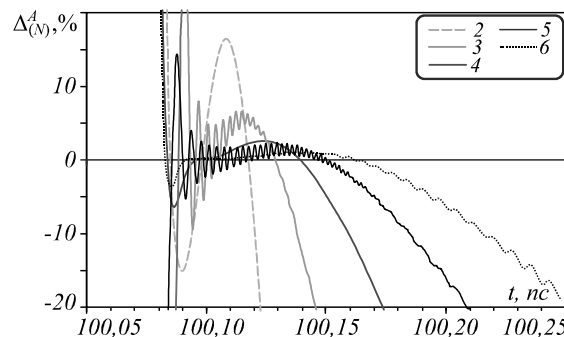


Рис. 10. Относительная погрешность расчёта огибающей импульса для разных порядков приближения N

Однако, если рассчитанная в приближении N огибающая оказывается местами как завышена по отно-

шению к огибающей, рассчитанной для волнового вектора, взятого в явном виде, так и занижена, то частотный профиль, как уже отмечалось ранее, для различных приближений оказывается по большей части занижен. Это не может не сказываться на достоверности расчётов распространения импульса в сложных оптических системах.

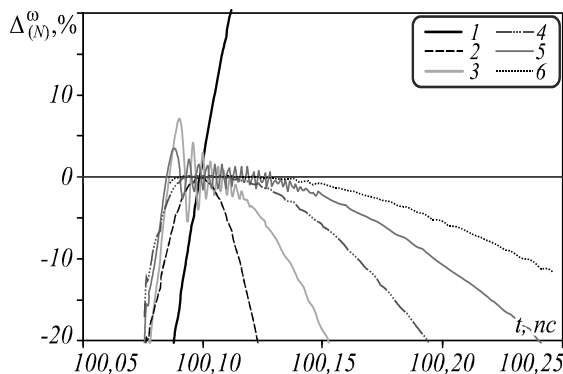


Рис. 11. Относительная погрешность расчёта частотного профиля импульса для разных порядков приближения N

4. Анализ наличия модуляции

В работе [22], где уже было исследовано влияние пяти порядков приближения теории дисперсии на характер трансформации огибающей импульса в плавленом кварце, появление модуляции в нечетных порядках приближения связывалось с тем, что соответствующая чётному порядку производная волнового вектора по частоте является знакопеременной, а нечётному – нет. Однако в этой работе не исследовано, за счёт чего при ограничении чётным порядком приближения модуляция опять исчезает.

Чтобы определить причины этого, проведём расчёт импульса в четвёртом приближении в трёх фиктивных средах с искусственно заданным модулем волнового вектора (14) со следующими дополнительными условиями соответственно:

$$a) k_3(\omega_0) := 0, \tag{25}$$

то есть обнуление третьего коэффициента,

$$б) k_3(\omega_0) := -k_3(\omega_0), \tag{26}$$

то есть смена знака третьего коэффициента, и

$$в) k_4(\omega_0) := -k_4(\omega_0), \tag{27}$$

то есть смена знака четвёртого коэффициента.

Рассчитанная в четвёртом приближении теории дисперсии для среды с дополнительным условием (25) огибающая импульса (рис. 12) оказывается также, как для второго приближения, симметричной, причём импульс приобретает даже большее уширение, чем для второго приближения.

Рассчитанная в четвёртом приближении теории дисперсии для среды с дополнительным условием (26) огибающая импульса (рис. 13) оказывается зеркально отражённой относительно «центра тяжести» от огибающей, рассчитанной в четвёртом приближении без дополнительных условий (рис. 6), то есть фронт оказывается пологим, а хвост – крутым. Смена знака третьего

коэффициента ряда Тейлора привела к смене направления асимметрии огибающей.

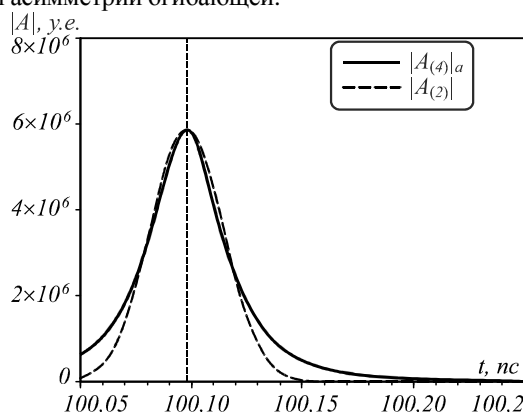


Рис. 12. Огибающая импульса в четвёртом приближении теории дисперсии для среды с дополнительным условием (25) и во втором приближении для среды без дополнительных условий

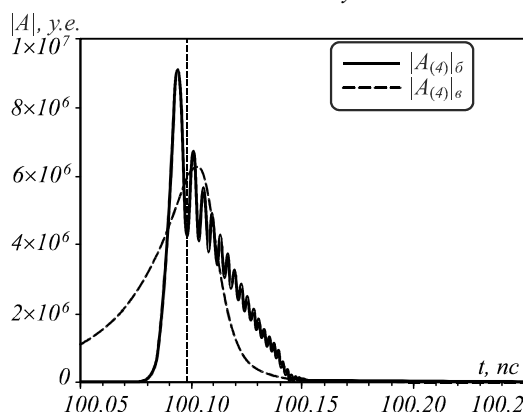


Рис. 13. Огибающая импульса в четвёртом приближении теории дисперсии для среды с дополнительным условием (26) и среды с дополнительным условием (27)

Рассчитанная в четвёртом приближении теории дисперсии для среды с дополнительным условием (27) огибающая импульса (рис. 13) оказывается более узкой, чем на рис. 6, а модуляция хвоста становится даже больше, чем для третьего приближения (рис. 5). То есть смена знака четвёртого коэффициента ряда Тейлора привела к сжатию импульса и увеличению модуляции.

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что появление модуляции в нечётных порядках приближения и исчезновение в чётных связано не только с тем, что соответствующая чётному порядку производная волнового вектора по частоте является знакопеременной [22], а нечётному – нет, но и с тем, что вследствие этого результирующее отклонение $k_{(N)}(\omega)$ от $k(\omega)$ для нечётных порядков положительно, а для чётных – меняет знак (рис. 2), в результате чего отклонение дисперсии в чётных порядках приближения теории дисперсии с разных сторон от ω_0 оказывается скомпенсировано.

Заключение

В работе определено влияние учёта высших приближений теории дисперсии на характер трансформации огибающей импульса в диспергирующей среде.

Проведённые исследования показали, что в нечётных порядках приближения возникает модуляция, а в чётных – исчезает. Дано объяснение, что модуляция возникает в нечётных порядках и исчезает в чётных из-за того, что результирующее отклонение значения волнового вектора, рассчитанного в приближениях теории дисперсии, от значения волнового вектора, взятого в явном виде, для нечётных порядков положительно, а для чётных – меняет знак, в результате чего отклонение дисперсии в чётных порядках приближения теории дисперсии с разных сторон от центральной частоты оказывается скомпенсировано.

Относительные погрешности расчёта огибающей и частотного профиля импульса для разных порядков приближения N не превышают 5% в пределах длительности импульса.

Исследования показали, что достаточным для проведения большинства расчётов переноса ультракоротких импульсов может считаться четвертое приближение теории дисперсии.

Литература

1. **Козлов, С.А.** Основы фемтосекундной оптики // С.А. Козлов, В.В. Самарцев. – М.: Физматлит, 2009. – 292 с. – ISBN: 978-5-9221-1140-9.
2. **Захаров, Н.С.** Взаимодействие ультракоротких импульсов лазерного излучения с веществом / Н.С. Захаров, С.В. Холод; под ред. проф. Н.С. Захарова. – Сергиев Посад: 12 ЦНИИ МО РФ, 2012. – 296 с.
3. **Гейнц, Ю.Э.** Нелинейная фемтосекундная оптика атмосферы / Ю.Э. Гейнц, А.А. Землянов, А.М. Кабанов, Г.Г. Матвиенко; под общ. ред. А.А. Землянов. – Томск: Изд-во Ин-та оптики атмосферы СО РАН, 2010. – 211 с.
4. **Гинзбург, В.Л.** Распространение электромагнитных волн в плазме / В.Л. Гинзбург. – М.: Физматгиз, 1960. – 552 с.
5. **Вайнштейн, Л.А.** Распространение импульсов / Л.А. Вайнштейн // Успехи физических наук. – 1976. – Т. 118, Вып. 2. – С. 339-367. – DOI: 10.3367/UFNr.0118.197602h.0339.
6. **Вайнштейн, Л.А.** Разделение частот в теории колебаний / Л.А. Вайнштейн, Д.Е. Вакман. – М.: Наука, 1983. – 288 с.
7. **Ахманов, С.А.** Оптика фемтосекундных лазерных импульсов / С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин. – М.: Наука, 1988. – 312 с. – ISBN: 5-02-013838-X.
8. **Bespalov, V.G.** Simplified field wave equations for the nonlinear propagation of extremely short light pulses / V.G. Bespalov, S.A. Kozlov, Yu.A. Shpolyanskiy, I.A. Walmesley // Physical Review A. – 2002. – Vol. 66, Issue 1. – 013811. – DOI: 10.1103/PhysRevA.66.013811.
9. **Brabec, Th.** Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime / Th. Brabec, F. Krausz // Physical Review Letters. – 1997. – Vol. 78, Issue 17. – P. 3282-3285. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.78.3282.
10. **Brabec, Th.** Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optics / Th. Brabec, F. Krausz // Review of Modern Physics. – 2000. – Vol. 72, Issue 2. – P. 545-591. – DOI: 10.1103/RevModPhys.72.545.
11. **Ranka, J.K.** Breakdown of the slowly varying envelope approximation in the self-focusing of ultrashort pulses / J.K. Ranka, A.L. Gaeta // Optics Letters. – 1998. – Vol. 23(7). – P. 534-536. – DOI: 10.1364/OL.23.000534.
12. **Штумпф, С.А.** Динамика сильного поля светового импульса с малым числом колебаний оптического поля в диэлектрической среде / С.А. Штумпф, А.А. Королёв, С.А. Козлов // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2007. – Т. 71, № 2. – С. 158-161.
13. **Виноградова, М.Б.** Теория волн / М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. – М.: Наука, 1979. – 384 с.
14. **Ахманов, С.А.** Самовоздействие волновых пакетов в нелинейной среде и генерация фемтосекундных лазерных импульсов / С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин // Успехи физических наук. – 1986. – Т. 149, Вып. 7. – С. 449-509. – DOI: 10.3367/UFNr.0149.198607d.0449.
15. **Громов, Е.М.** Высшие приближения теории дисперсии нелинейных волн в однородных и неоднородных средах / Е.М. Громов, В.И. Таланов // Известия Академии наук. Серия физическая. – 1996. – Т. 60, № 12. – С. 16-28.
16. **Кловский, Д.Д.** Нелинейная эволюция импульсов различной формы в волоконном световоде / Д.Д. Кловский, И.Н. Сисакян, А.Б. Шварцбург, А.Ю. Шерман, С.М. Широков // Компьютерная оптика. – 1987. – № 1. – С. 108-113.
17. **Алименков, И.В.** Решение в квадратурах уравнения распространения импульсов в оптических волокнах / И.В. Алименков, Ю.Ж. Пчёлкина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 37, № 3. – С. 294-296.
18. **Алименков, И.В.** Решение расширенного уравнения распространения импульсов в оптических волокнах / И.В. Алименков, Ю.Ж. Пчёлкина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 28-30.
19. **Mohamadou, A.** Higher order dispersion effects in the noninstantaneous nonlinear Schrödinger equation / A. Mohamadou, C.G.L. Tiofack, T.C. Kofane, T.B. Ekogo, J. Atangana, K. Porsezian // Journal of Modern Optics. – 2011. – Vol. 58, Issue 11. – P. 924-931. – DOI: 10.1080/09500340.2011.582963.
20. **Liu, W.-J.** Solitary wave pulses in optical fibers with normal dispersion and higher-order effects / W.-J. Liu, B. Tian, H.-Q. Zhang, T. Xu, H. Li // Physical Review A. – 2009. – Vol. 79(6). – 063810. – DOI: 10.1103/PhysRevA.79.063810.
21. **He, F.-T.** The effects of five-order nonlinear on the dynamics of dark solitons in optical fiber / F.-T. He, X.-L. Wang, Z.-L. Duan // The Scientific World Journal. – 2013. – Vol. 2013. – 130734. – DOI: 10.1155/2013/130734.
22. **Marfice, J.P.** Dispersion approximation using higher-order Taylor series terms / J.P. Marfice, O.R. Baiocchi // Applied Optics. – 1987. – Vol. 26, Issue 19. – P. 4043-4045. – DOI: 10.1364/AO.26.004043.
23. **Beech, R.** Effects of higher order dispersion terms in the nonlinear Schrodinger equation / R. Beech, F. Osman // American Journal of Applied Sciences. – 2005. – Vol. 2, Issue 9. – P. 1356-1369. – DOI: 10.3844/ajassp.2005.1356.1369.
24. **Холод, С.В.** Программа расчёта параметров лазерного импульса ультракороткой длительности, распространяющегося в диспергирующей среде (Fourier 2.0) / С.В. Холод // Государственная регистрация программы для ЭВМ RU 2016661466 от 11.10.2016, Бюл. № 11. – URL: <http://www1.fips.ru/Archive/EVM/2016/2016.11.20/DOC/RUNW/000/002/016/661/466/document.pdf> (дата обращения: 23.05.2017).
25. **Захаров, Н.С.** Диагностика плазмы ультракороткими импульсами лазерного излучения / Н.С. Захаров, С.В. Холод // Прикладная физика. – 2005. – № 6. – С. 80-83.
26. **Захаров, Н.С.** Влияние процессов ионизации на распространение частотно модулированных волновых пакетов в разреженных газах / Н.С. Захаров, С.В. Холод // Прикладная физика. – 2009. – № 4. – С. 81-85.
27. **Желтиков, А.М.** Да будет белый свет: генерация суперконтинуума сверхкороткими световыми импульсами / А.М. Желтиков // Успехи физических наук. – 2006. – Т. 176, Вып. 6. – С. 623-649. – DOI: 10.3367/UFNr.0176.200606d.0623.

Сведения об авторах

Захаров Николай Семёнович, 1949 года рождения, в 1973 году окончил Московский физико-технический институт (МФТИ, ныне – Московский физико-технический институт (государственный университет)) по специальности «Аэродинамика и термодинамика», работает главным научным сотрудником в ФГКУ «12 ЦНИИ» Минобороны России, доктор технических наук, профессор, действительный член Академии военных наук. Область научных интересов: лазерная физика, газовая динамика, математическое моделирование.

E-mail: ns1498268@yandex.ru.

Холод Сергей Владимирович, 1971 года рождения, в 1995 году окончил Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет) (МИФИ, ныне – Научно-исследовательский ядерный университет «МИФИ», НИЯУ МИФИ) по специальности «Ядерная физика», работает ведущим научным сотрудником в ФГКУ «12 ЦНИИ» Минобороны России, кандидат технических наук, профессор Академии военных наук. Область научных интересов: лазерная физика, физика плазмы, численное моделирование, патентные исследования. E-mail: serguei.kholod@inbox.ru.

ГРНТИ: 29.33.43.

Поступила в редакцию 23 мая 2017 г. Окончательный вариант – 13 сентября 2017 г.

INFLUENCE OF HIGHER-ORDER TERMS OF THE APPROXIMATE DISPERSION THEORY ON THE PULSE ENVELOPE PROFILE IN A DISPERSIVE MEDIUM

N.S. Zakharov¹, S.V. Kholod¹

¹FSFE «12 CSRI» of the Ministry of Defense of the Russian Federation, Sergiev Posad, Russia

Abstract

Results of the numerical calculation of the envelope and frequency profile of a pulse propagating in a dispersive medium, exemplified by the propagation of a femtosecond pulse in the plasma, are presented. The explanation for the appearance of modulation in the odd orders of approximation of the theory of dispersion and for the extinction of modulation in the even orders is given. Taking into account the fourth-order term of the approximate dispersion theory is shown to be sufficient in the majority of cases when calculating the ultrashort pulse propagation.

Keywords: ultrashort pulse, dispersion theory, pulse envelope, Fourier transforms, chirping.

Citation: Zakharov NS, Kholod SV. Influence of higher-order terms of the approximate dispersion theory on the pulse envelope profile in a dispersive medium. *Computer Optics* 2017; 41(5): 636-644. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-636-644.

References

- [1] Kozlov SA, Samartsev VV. *Fundamentals of femtosecond optics*. Cambridge: Woodhead Publishing; 2013. ISBN: 978-1-7824-2128-3.
- [2] Zakharov NS, Kholod SV. *Interaction of ultrashort laser pulses with matter [In Russian]*. Sergiev Posad: “12 CSRI MoD RF” Publisher; 2012.
- [3] Geints YuE, Zemlyanov AA, Kabanov AM, Matvienko GG. *Nonlinear Femtosecond Atmospheric Optics [In Russian]*. Tomsk: Publishing House of IAO SB RAS; 2010.
- [4] Ginzburg VL. *The propagation of electromagnetic waves in plasmas*. Oxford: Pergamon Press; 1964.
- [5] Vainshtein LA. Propagation of pulses. *Soviet Physics Uspekhi* 1976; 19(2): 189-205. DOI: 10.1070/PU1976v019n02ABEH005138.
- [6] Vainshtein LA, Vakman DE. *Frequency separation in the theory of oscillations and waves [In Russian]*. Moscow: “Nauka” Publisher; 1983.
- [7] Akhmanov SA, Vysloukh VA, Chirkin AS. *Optics of femtosecond laser pulses [In Russian]*. Moscow: “Nauka” Publisher; 1988. ISBN: 5-02-013838-X.
- [8] Bespalov VG, Kozlov SA, Shpolyanskiy YuA, Walmsley IA. Simplified field wave equations for the nonlinear propagation of extremely short light pulses. *Phys Rev A* 2002; 66(1): 013811. DOI: 10.1103/PhysRevA.66.013811.
- [9] Brabec Th, Krausz F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime. *Phys Rev Lett* 1997; 78(17): 3282-3285. DOI: 10.1103/PhysRevLett.78.3282.
- [10] Brabec Th, Krausz F. Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optics. *Rev Mod Phys* 2000; 72(2): 545-591. DOI: 10.1103/RevModPhys.72.545.
- [11] Ranka JK, Gaeta AL. Breakdown of the slowly varying envelope approximation in the self-focusing of ultrashort pulses. *Opt Lett* 1998; 23(7): 534-536. DOI: 10.1364/OL.23.000534.
- [12] Shtumpf SA, Korolev AA, Kozlov SA. Dynamics of the strong field of a few-cycle optical pulse in a dielectric medium. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics* 2007. 71(2): 147-150. DOI: 10.3103/S1062873807020013.
- [13] Vinogradova MB, Rudenko OV, Sukhorukov AP. *Wave theory [in Russian]*. Moscow: “Nauka” Publisher; 1979.
- [14] Akhmanov SA, Vysloukh VA, Chirkin AS. Self-action of wave packets in a nonlinear medium and femtosecond laser pulse generation. *Soviet Physics Uspekhi* 1986; 29(7): 642-647. DOI: 10.1070/PU1986v029n07ABEH003462.
- [15] Gromov EM, Talanov VI. The higher-order approximations of the nonlinear dispersion wave theory in both the homogeneous and inhomogeneous media [In Russian]. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics* 1996; 60(12): 1836-1848.

- [16] Klovsii DD, Sisakyan IN, Shvartsburg AB, Sherman AYu, Shirikiv SM. Nonlinear evolution of diverse pulse shapes in an optical fibre. *Computer Optics* 1989; 1(1): 85-88.
- [17] Alimenkov IV, Pchelkina YuG. Solution of pulse – propagation equation for optical fiber in quadratures [In Russian]. *Computer Optics* 2013; 37(3): 294-296.
- [18] Alimenkov IV, Pchelkina YuG. Solution of expanded pulse – propagation equation for optical fiber [In Russian]. *Computer Optics* 2014; 38(1): 28-30.
- [19] Mohamadou A, Tiofack CGL, Kofane TC, Ekogo TB, Atangana J, Porsezian K. Higher order dispersion effects in the noninstantaneous nonlinear Schrödinger equation. *Journal of Modern Optics* 2011; 58(11): 924-931. DOI: 10.1080/09500340.2011.582963.
- [20] Liu W-J, Tian B, Zhang H-Q, Xu T, Li H. Solitary wave pulses in optical fibers with normal dispersion and higher-order effects. *Phys Rev A* 2009; 79(6): 063810. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.063810.
- [21] He F-T, Wang X-L, Duan Z-L. The effects of five-order nonlinear on the dynamics of dark solitons in optical fiber. *The Scientific World Journal* 2013; 2013: 130734. DOI: 10.1155/2013/130734.
- [22] Marfice JP, Baiocchi OR. Dispersion approximation using higher-order Taylor series terms. *Applied Optics* 1987; 26(19): 4043-4045. DOI: 10.1364/AO.26.004043.
- [23] Beech R, Osman F. Effects of higher order dispersion terms in the nonlinear Schrödinger equation. *American Journal of Applied Sciences* 2005; 2(9): 1356-1369. DOI: 10.3844/ajassp.2005.1356.1369.
- [24] Kholod SV. The program for calculating the parameters of propagation ultrashort laser pulse in dispersive medium (Fourier 2.0) [In Russian]. *Cert RF of Computer Programs N2016661466 of November 20, 2016, Russian Bull of Computer Programs N11, 2016.* – Source: <http://www1.fips.ru/Archive/EVM/2016/2016.11.20/DOC/RUNW/000/002/016/661/466/document.pdf>.
- [25] Zakharov NS, Kholod SV. Diagnostics of plasma by ultrashort laser pulses [In Russian]. *Appl Phys* 2005; 6: 80-83.
- [26] Zakharov NS, Kholod SV. Influence of the processes of ionization on frequency modulated wave packets propagation in the rarefied gases [In Russian]. *Appl Phys* 2009; 4: 81-85.
- [27] Zheltikov AM. Let there be white light: supercontinuum generation by ultrashort laser pulses. *Physics-Uspkhi* 2006; 49(6): 605-628. DOI: 10.1070/PU2006v049n06ABEH005975.

Authors' information

Nikolay Semenovich Zakharov (b. 1949) graduated from Moscow Physic and Technology Institute in 1973 (MPTI), majoring in Aerodynamics and Thermodynamics. Currently he work as the general scientist at the FSFE «12 CSRI» of the Ministry of Defence of the Russian Federation. Doctor of Engineering Sciences, Professor, Full member of Academy of Military Sciences. Research interests are laser physics, gas dynamics, mathematical modelling. E-mail: ns1498268@yandex.ru.

Sergey Vladimirovich Kholod (b. 1971) graduated from Moscow Engineering and Physics Institute in 1995 (presently, National Research Nuclear University MEPHI), majoring in Nuclear Physics. Currently he work as the leader scientist at the FSFE «12 CSRI» of the Ministry of Defence of the Russian Federation, Candidate of Engineering Sciences (PhD), Professor of Academy of Military Science. Research interests are laser physics, plasma physics, numerical modelling, and patent investigations. E-mail: serguei.kholod@inbox.ru.

Received May 23, 2017. The final version – September 13, 2017.