

ПОСТРОЕНИЕ КВАДРАТИЧНО-ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ С РАСШИРЕННОЙ СРЕДНЕЙ ОБЛАСТЬЮ ЧАСТОТНОГО ОТКЛИКА

В.А. Фурсов^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

Статья посвящена проблеме синтеза фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтров) для коррекции радиально-симметричных искажений типа дефокусировки. Предлагается новая модель радиально-симметричного частотного отклика, являющаяся обобщением модели частотного отклика, который описывается аналитически в виде композиции отрезков квадратичной и экспоненциальной функций. Обобщение состоит в том, что вводится дополнительный участок постоянного частотного отклика, который расширяет область средних частот. В работе исследуется зависимость качества восстановления от параметра, характеризующего диапазон средних частот, в котором спектральная характеристика фильтра постоянна. Приводятся примеры реализации и результаты сравнения с оптимальным фильтром Винера.

Ключевые слова: КИХ-фильтр, импульсный отклик, частотный отклик, обработка изображений.

Цитирование: Фурсов, В.А. Построение квадратично-экспоненциальных КИХ-фильтров с расширенной средней областью частотного отклика / В.А. Фурсов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 2. – С. 297-305. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-297-305.

Введение

Восстановление размытых изображений – одна из популярных тем исследований в области обработки изображений. Несмотря на большую историю [1–5] интерес к этой теме не ослабевает. Частично это связано с тем, что в последние годы наблюдается бурное развитие мобильных устройств с функциями регистрации изображений. Важное достоинство этих устройств – возможность оперативной регистрации большого количества изображений при сравнительно небольших затратах. Однако изображения мобильных устройств могут иметь искажения типа дефокусировки, связанные с малой глубиной резкости, которая имеет место при использовании больших регистрирующих элементов в компактной камере [6]. Даже в случае высокого качества оптики мобильных приборов качество изображений может быть низким, поскольку съёмка выполняется «с рук», а также при движении регистрируемого объекта с большой скоростью.

Модели искажений, связанных с дефокусировкой и относительным движением камеры и объекта, существенно различны. Поэтому часто осуществляют предварительное определение источника искажений. В [7] эта задача решается с использованием спектрального и пространственного подходов. В [8] оценку функции размытия точки (ФРТ) при априорной неопределённости модели искажений рассматривают как проблему минимизации энергии.

Трудности построения фильтров в условиях априорной неопределённости типа модели искажений инициируют исследования, направленные на разработку методов принятия решений на размытых изображениях. В частности, в [9] предлагается технология распознавания, обладающая инвариантными свойствами признаков к расфокусировке. В [10] предложена технология распознавания лиц, в которой

операции устранения размытия изображений и распознавания совмещены. Более того, в ряде работ предлагается само размытие эффективно использовать для решения задач распознавания. Например, в [11] предложен метод оценки глубины подводных сцен на основе анализа степени размытия. В [12] представлен алгоритм сегментации для разделения областей переднего плана и фона. Тем не менее, в подавляющем большинстве случаев требуется предварительное устранение размытия изображений.

Наиболее простой метод восстановления изображений – инверсная фильтрация [1], [4]. Однако для построения инверсного фильтра должна быть известна модель искажающей системы. Но даже если модель искажений известна, построение достаточно точной инверсной модели в классе фильтров с бесконечной импульсной характеристикой (IIR-filters) наталкивается на серьёзную проблему существования обратной передаточной функции [13]. Поэтому задачу восстановления изображений обычно решают в классе КИХ-фильтров.

Некоторые проблемы синтеза КИХ-фильтров рассмотрены в [14], [15]. Основные преимущества КИХ-фильтров – простота реализации и отсутствие проблем с устойчивостью [16]. Наиболее популярные схемы реализации КИХ-фильтров – с использованием функций окна и фильтр Винера [17]. Эти методы имеют прочную теоретическую основу, однако на практике возникают серьёзные трудности определения оптимальных параметров фильтров в условиях априорной неопределённости моделей искажений и помех.

Этот недостаток в значительной степени может быть преодолён в рамках подхода, основанного на идентификации параметров фильтра с использованием искажённого и образцового (обучающего) изображений [18]. Поскольку искажённое изображение содержит реальный шум, оценки параметров фильтра полу-

чаются оптимальными в смысле заданного критерия близости с учётом реальных моделей искажений и шумов. Методы и алгоритмы параметрической идентификации моделей искажения изображения были исследованы автором в предыдущих работах [19–21].

Предлагаемый в настоящей работе фильтр является обобщением квадратично-экспоненциального (SE-фильтра), рассмотренного в работе [21].

Статья организована следующим образом. В первом параграфе вводится необходимый формализм. Второй параграф посвящён построению модели, описывающей непрерывную функцию, аппроксимирующую импульсный отклик для заданной функции частотного отклика. В третьем параграфе строится технология реализации дискретного КИХ-фильтра с использованием полученной непрерывной аппроксимации. В заключительном, четвёртом, параграфе приводятся результаты экспериментов, подтверждающие возможность достижения высокого качества восстановления изображений при крайне малых затратах времени на определение параметров фильтра.

1. Постановка задачи

Как и в работе [21], будем строить КИХ-фильтр с радиально симметричным вещественным частотным откликом [1, 4]. Поэтому зададим опорную область D в виде $N \times N$ -квадрата с центром в точке $k_1=0, k_2=0$ так, что N – нечётно и $N_1=N_2=N$:

$$\{D(n_1, n_2) : 0 \leq n_1 < N_1, 0 \leq n_2 < N_2\}. \tag{1}$$

Отсчёты восстановленного изображения $y(n_1, n_2)$ соответствующего КИХ-фильтра определяются как [3]

$$y(n_1, n_2) = \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} h(k_1, k_2) x(n_1 - k_1, n_2 - k_2), \tag{2}$$

где $x(n_1, n_2) \in D$ и $h(k_1, k_2)$ – отсчёты на искаженном изображении и двумерная импульсная характеристика соответственно.

Поскольку при радиальной симметрии искажений отсчёты, находящиеся на одинаковых расстояниях от центра опорной области, имеют одинаковые искажения, соотношение (2) для вычисления отсчёта $y(n_1, n_2)$ в предположении, что центральный отсчёт импульсного отклика $h(0,0)$ опорной области D находится в точке n_1, n_2 , можно представить в виде:

$$y(n_1, n_2) = \sum_{k_1=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \sum_{k_2=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} h[r(k_1, k_2)] \times x(n_1 - k_1, n_2 - k_2), \tag{3}$$

где $r(k_1, k_2) = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$,

а $h[r(k_1, k_2)]$ – отсчёты одномерной импульсной характеристики, определённые на множестве окружностей с радиусами $r(k_1, k_2), k_1, k_2 \in D$ (далее для сокращения записей вместо $r(k_1, k_2)$ мы будем употреблять обозначение r).

Таким образом, в рамках модели (3) задача оценивания двумерной передаточной функции фильтра

сводится к задаче формирования модели импульсного отклика в классе одномерных функций, являющихся аппроксимацией заданного частотного отклика фильтра в радиальном направлении.

В работе [21] введена функция одномерного частотного отклика для $0 \leq \omega < \infty$ в виде отрезков параболы при $\omega \leq \omega^*$ и экспоненты – при $\omega > \omega^*$:

$$S(\omega) = \begin{cases} a\omega^2, & \text{при } \omega \leq \omega^*, \\ e^{-c\omega}, & \text{при } \omega > \omega^*, \end{cases} \tag{4}$$

$$S(\omega^*) = a\omega^{*2} = e^{-c\omega^*}. \tag{5}$$

График указанной функции приведён на рис. 1.

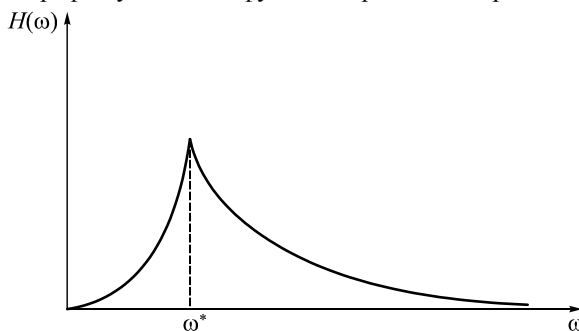


Рис. 1. Типичный график спектра SE-фильтра

Идея состоит в том, чтобы частотная характеристика обеспечивала «подъём» низких частот и подавление высоких частот в области действия шума. Для этого фильтра для краткости мы ввели название SE-фильтр (*Square-Exponential*) [20]. Эксперименты в [21] подтвердили эти свойства частотного отклика. Вместе с тем характер сопряжения параболы и экспоненты в точке ω^* ограничивает возможности управления диапазоном усиливаемых средних частот. Кроме того, при настройке параметров фильтра оценки оказываются весьма чувствительными к малым изменениям параметра ω^* .

В настоящей работе предлагается и исследуется свободный от указанного недостатка фильтр, являющийся обобщением приведённой модели. В частности, строится технология формирования фильтра с расширенной областью средних частот.

2. Метод

2.1. Аппроксимация одномерного частотного отклика

Введём в рассмотрение функцию одномерного частотного отклика для всех значений $0 \leq \omega < \infty$ в виде трёх последовательных отрезков: параболы, константы и экспоненты:

$$S(\omega) = \begin{cases} a\omega^2, & \text{при } 0 \leq \omega \leq \omega_1, \\ A = const = a\omega_1^2, & \text{при } \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2, \\ e^{-c\omega}, & \text{при } \omega \geq \omega_2, \end{cases} \tag{6}$$

$$S(\omega_2) = a\omega_2^2 = e^{-c\omega_2}. \tag{7}$$

Фильтр, соответствующий описанному частотному отклику, далее будем называть *обобщённым квад-*

рационно экспоненциальным фильтром (*Generalized Square-Exponential*) или кратко GSE-фильтром. График указанной функции приведен на рис. 2.

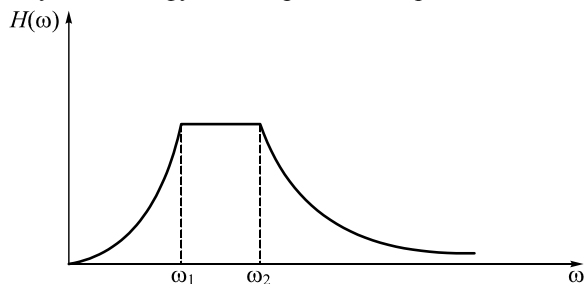


Рис. 2. Типичный график спектра GSE-фильтра

В силу свойства радиальной симметрии соответствующий этой спектральной характеристике импульсный отклик как функция пространственного параметра r может быть получен обратным преобразованием Фурье:

$$\begin{aligned}
 h(r) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} S(\omega) e^{j\omega r} d\omega = \\
 &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\omega_1} a\omega^2 e^{j\omega r} d\omega + \int_{\omega_1}^{\omega_2} A e^{j\omega r} d\omega + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\omega_2}^{\infty} e^{-c\omega} e^{j\omega r} d\omega \right\}. \tag{8}
 \end{aligned}$$

Вещественные части определённых интегралов, соответствующих трём слагаемым (обозначим их I_1, I_2, I_3 соответственно) подынтегрального выражения, получаем в виде:

$$I_1 = \frac{a\omega_1^2}{r} \left[\sin(\omega_1 r) + \frac{2\cos(\omega_1 r)}{\omega_1 r} - \frac{2\sin(\omega_1 r)}{\omega_1^2 r^2} \right], \tag{9}$$

$$I_2 = \frac{a\omega_1}{r} [\sin(\omega_2 r) - \sin(\omega_1 r)], \tag{10}$$

$$I_3 = e^{-c\omega} \frac{c \cos(\omega_2 r) - r \sin(\omega_2 r)}{c^2 + r^2}. \tag{11}$$

Мы можем исключить один параметр, например, a , выполнив с учётом равенства (7) замену:

$$a = \frac{e^{-c\omega_2}}{\omega_1^2}. \tag{12}$$

Подставляя полученные интегралы (9), (10), (11) в (8) с учётом (12), получаем:

$$\begin{aligned}
 h(r) &= \frac{e^{-c\omega_2}}{\pi} \left\{ \frac{\sin(\omega_1 r)}{r} \sin(\omega_1 r) + \frac{2\cos(\omega_1 r)}{\omega_1 r^2} - \right. \\
 &\quad - \frac{2\sin(\omega_1 r)}{\omega_1^2 r^3} + \frac{\sin(\omega_2 r) - \sin(\omega_1 r)}{r} + \\
 &\quad \left. + \frac{c \cos(\omega_2 r) - r \sin(\omega_2 r)}{c^2 + r^2} \right\}. \tag{13}
 \end{aligned}$$

Для характеристики ширины области средних частот введём коэффициент α , связывающий параметры границ этой области:

$$\omega_2 = \alpha\omega_1. \tag{14}$$

С учётом (14) окончательно запишем

$$\begin{aligned}
 h(r) &= \frac{e^{-c\alpha\omega_1}}{\pi} \left\{ \frac{\sin(\omega_1 r)}{r} \sin(\omega_1 r) + \frac{2\cos(\omega_1 r)}{\omega_1 r^2} - \right. \\
 &\quad - \frac{2\sin(\omega_1 r)}{\omega_1^2 r^3} + \frac{\sin(\alpha\omega_1 r) - \sin(\omega_1 r)}{r} + \\
 &\quad \left. + \frac{c \cos(\alpha\omega_1 r) - r \sin(\alpha\omega_1 r)}{c^2 + r^2} \right\}. \tag{15}
 \end{aligned}$$

Из (15) видно, что аппроксимация импульсного отклика $h(r)$ сводится к настройке параметров: ω_1, c, α . В параграфе 3, основываясь на результатах экспериментальных исследований, мы покажем, что всякий раз проводя несложные предварительные испытания на конкретном изображении, можно свести задачу к настройке одного наиболее существенного параметра ω_1 .

Отдельного обсуждения заслуживает случай $r=0$. Нетрудно заметить, что правая часть в (15) содержит слагаемые, в которых аргумент r находится в знаменателе либо имеет место неопределённость типа ноль на ноль. Для получения соотношения для вычисления начального отсчёта $h(0)$ осуществим в (15) предельный переход при $r \rightarrow 0$:

$$h(0) = \lim_{r \rightarrow 0} h(r) = \frac{\omega_1 c (3\alpha - 2) + 3}{3c\pi} e^{-c\alpha\omega_1}. \tag{16}$$

Нетрудно заметить, что при $\alpha=1$, когда модель частотного отклика (6), (7) совпадает с моделью (4), (5) SE-фильтра, формула (16), как и следовало ожидать, совпадает с соотношением (13) в работе [22].

2.2. Построение дискретного двумерного импульсного отклика

Отсчёты двумерного импульсного отклика так же, как в [22], определяются путём дискретизации непрерывной функции (15) для всех направлений, соответствующих всем отсчётам опорной области. При этом для каждого отсчёта (для каждой точки k_1, k_2) опорной области аргумент $r=r(k_1, k_2)$ тот же, что и в (3), т.е. равен радиусу окружности, на которой находится этот отсчёт.

Отдельного обсуждения заслуживает вопрос определения центрального отсчёта опорной области при $r=0$. Выше мы получили формулу (16) для вычисления $h(0)$. В экспериментальной части мы рассмотрим также другой вариант формирования центрального отсчёта. Он состоит в двухэтапной процедуре. Вначале вычисляется значение центрального отсчёта как сумма всех отсчётов за исключением центрального:

$$h(0,0) = \sum_{\substack{\forall k_1, k_2 \in D \\ k_1, k_2 \neq 0}} h(k_1, k_2). \tag{17}$$

Затем осуществляется нормировка всех отсчётов в опорной области так, чтобы выполнялось требование сохранения среднего уровня яркости обработанного изображения:

$$\sum_{\forall k_1, k_2 \in D} h(k_1, k_2) = 1. \tag{18}$$

Нормировка (18) является неизбежным этапом формирования двумерного дискретного импульсного отклика при любом способе формирования центрального отсчёта, поскольку сумма в (17) зависит не только от вида непрерывных функций (15), но и от размеров опорной области, в которой осуществляется дискретизация.

3. Технология настройки фильтра

Мы ограничимся рассмотрением технологии настройки параметров фильтра по эталонному изображению. Такая технология может быть востребована в случае создания цифрового фильтра с постоянными параметрами для компенсации стационарных искажений, вносимых оптикой. В качестве эталона может использоваться изображение того же сюжета, полученное с использованием оптики высокого разрешения.

Алгоритм настройки фильтра по эталону строится как типичная процедура многошаговой оптимизации.

Шаг 1. Задание тестовых изображений и начальных значений оценок $\hat{\omega}_1, \hat{c}, \hat{\alpha}$ параметров ω_1, c, α .

Шаг 2. Вычисление отсчётов импульсного отклика для всех точек опорной области $D(n_1, n_2)$ по соотношениям (15), (16) или (17) и нормировка всех отсчётов, удовлетворяющая (18).

Шаг 3. Обработка искажённого изображения и вычисление критерия качества $Q_k(\hat{\omega}_1, \hat{c}, \hat{\alpha})$, характеризующего близость обработанного и эталонного изображений на k -й итерации.

Шаг 4. Если $Q_k(\hat{\omega}_1, \hat{c}, \hat{\alpha}) > Q_{k-1}(\hat{\omega}_1, \hat{c}, \hat{\alpha})$, оценки $\hat{\omega}_1, \hat{c}, \hat{\alpha}$ сохраняются, иначе по некоторому правилу формируется новый вариант оценок и осуществляется переход к шагу 2. Если все оценки из области допустимых значений «просмотрены» – выход.

Мы не останавливаемся на обосновании критерия и процедуре задания оценок на каждой итерации. Выбор метода оптимизации зависит от вкусов пользователя и имеющихся в его распоряжении вычислительных ресурсов. В настоящей работе в качестве критерия близости восстановленного изображения к эталону мы будем использовать наиболее популярный критерий:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{MAX^2}{MSE} \right), \tag{19}$$

где MAX – максимальное значение, принимаемое пикселем изображения, а MSE – среднеквадратическая ошибка (СКО) восстановления.

4. Экспериментальные исследования

Настройка параметров ω, c фильтра и проверка качества восстановления осуществлялись с использованием тестового изображения «Мира», приведенного на рис. 3а. Искажения вносились путем моделирования фильтра Гаусса нижних частот для степени размытия с параметром $\sigma=3$ и окном $n=13$. На рис. 3б

приведено то же изображение «Мира» после внесения искажений с указанными параметрами размытия. В качестве критерия качества восстановления использовался показатель PSNR.

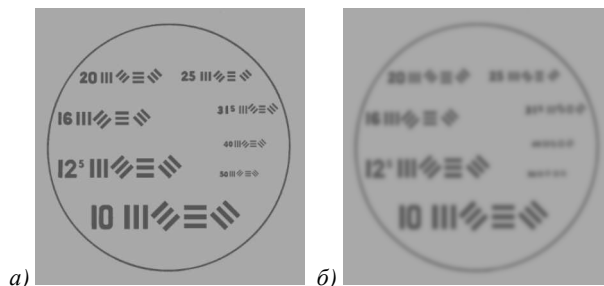


Рис. 3. Исходные изображения «Мира»: а) неискаженное; б) искаженное ($\sigma=3, n=11$)

В первом эксперименте мы ставили задачу выяснить, какова степень влияния на качество восстановления параметра c и способа формирования центрального отсчёта. Это необходимо для выработки рекомендаций по методике построения фильтров этого класса, а также для обоснования схемы следующих экспериментов.

Мы провели эксперимент на изображении «Мира» с размытием $\sigma=3$ при следующих значениях параметров SE-фильтра: $\alpha=1; c=1; 2,5; 5; 7,5; 10$, размер опорной области $N=5$. Параметр ω_1 изменялся в интервале $[0, 4]$ с шагом 0,2. На рис. 4а, б приведены зависимости PSNR, полученные при формировании центрального отсчёта по формулам (16) и (17) соответственно.

Из сравнения графиков видно, что при вычислении центрального отсчёта по соотношению (16) именно в окрестности максимальных значений PSNR наблюдаются резкие скачки этого показателя. Это может привести к большим ошибкам восстановления. Поэтому далее мы всюду используем второй вариант формирования центрального отсчёта в соответствии с соотношением (17), при котором изменения максимальных значений PSNR носят более предсказуемый характер.

На рис. 4а, 4б также нетрудно заметить, что величины PSNR в большей части интервала изменения параметра ω_1 практически не зависят от величины параметра c . В интервале изменения ω_1 , где PSNR принимают максимальные значения, можно указать предпочтительное фиксированное значение параметра c . В частности, из графика на рис. 4б видно, что таким приемлемым значением является $c=5$, которое мы и будем использовать в дальнейших экспериментах.

В следующей серии экспериментов мы исследовали влияние на качество восстановления изображений параметра α , характеризующего соотношение параметров ω_1, ω_2 модели (6), (7). Эксперименты проводились на том же тестовом изображении «Мира». В эксперименте мы задавали первые четыре величины из того же набора значений параметра $c: 1; 2,5; 5; 7,5$. Параметр ω_1 для нахождения максимального значения PSNR изменялся в интервале $[0, 1]$ с шагом 0,05. Для параметра α мы задавали последовательность 20 значений в интервале от единицы до двух с шагом 0,05.

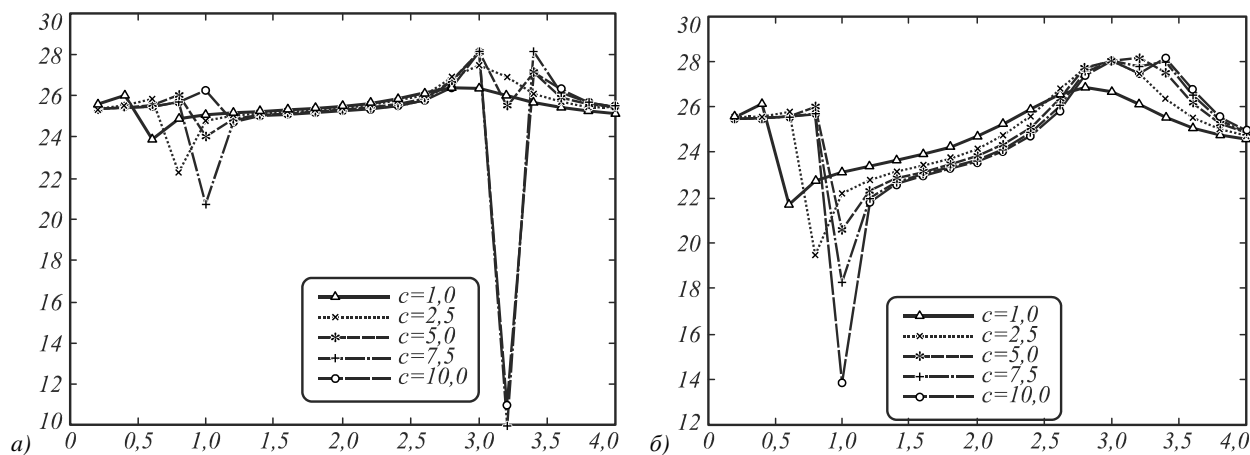


Рис. 4. Зависимость PSNR от α на изображении

«Мира» при $c=1 - \wedge$; $c=2,5 - \times$; $c=5 - *$; $c=7,5 - +$; $c=10 - o$ при использовании а) формулы (16); б) (18)

На рис. 5 приведены полученные зависимости максимально достижимых значений PSNR от параметра α для указанных выше значений параметра c при размере опорной области: $N=5$. Из графиков видно, что возможно достижение более высоких значений PSNR при $\alpha > 1$. Эти результаты доказывают целесообразность использования предложенной обобщённой модели частотного отклика SE-фильтра.

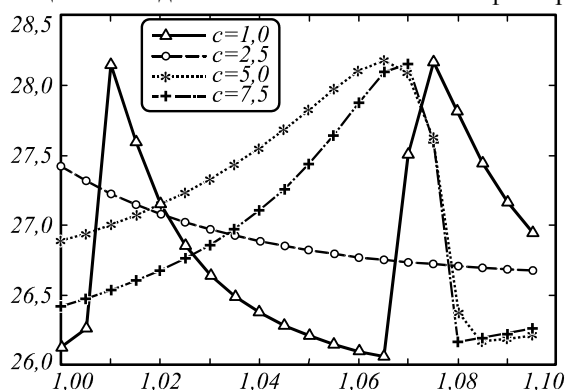


Рис. 5. Зависимость максимально достижимых значений PSNR от α на изображении «Мира» при различных c

Из графиков видно, что максимальные значения PSNR (более 28) достигаются при $\alpha = 1,065$ для двух вариантов задания параметра c : 5 и 7,5. С учётом этого мы провели более детальную настройку параметров фильтра при указанном значении α и изменении параметра c в интервале $[5; 7,5]$ с шагом 0,1. Для более точной настройки шаг изменения параметра ω_1 задавался равным 0,005. В результате были получены следующие уточненные параметры: $c = 6,7$; $\omega_1 = 0,89$. При этих параметрах $PSNR = 28,17$.

Для более широкой проверки эффективности метода мы провели также эксперименты на четырёх тестовых изображениях: «Barbara», «boat», «peppers» и «Lena», подвергшихся предварительному размытию с параметром $\sigma = 2$ и размером опорной области $N = 17$. В табл. 1 приведены полученные в эксперименте значения параметров и критерия близости как для SE-фильтра (при $\alpha = 1$), так и для GSE-фильтра, в котором параметр α настраивался наряду с параметрами $\hat{\omega}^*$ и c . В табл. 2 приведены аналогичные результаты, полученные на тех же изображениях с шумом 40 дБ.

Табл. 1. Параметры фильтров и достигнутые значения PSNR при отсутствии шума

Изображения	SE-фильтр			GSE-фильтр			
	c	$\hat{\omega}$	PSNR	α	c	$\hat{\omega}$	PSNR
Barbara	2,51	0,70	25,36	1,01	1,51	0,55	25,47
boat	2,50	0,70	27,78	1,10	1,50	0,60	27,81
peppers	4,00	0,80	29,08	1,20	3,50	0,75	29,28
Lena	2,50	0,70	29,23	1,05	1,50	0,55	29,32

Табл. 2. Оценки параметров фильтров и достигнутые значения PSNR для зашумленных изображений ($SNR = 40$)

Изображение	SE-фильтр			GSE-фильтр				PSNR (W-фильтр)	W-фильтр, удалены края
	c	$\hat{\omega}$	PSNR	α	c	$\hat{\omega}$	PSNR		
Barbara	2,51	0,70	25,22	1,20	1,51	0,55	25,36	24,07	24,08
boat	2,50	0,70	27,50	1,10	1,50	0,60	27,56	27,39	27,39
peppers	4,00	0,80	28,96	1,20	3,50	0,75	29,10	26,13	26,13
Lena	2,50	0,70	29,00	1,05	1,50	0,55	29,16	27,77	27,78

Из данных, приведённых в таблицах, следует, что применение модели (6), (7) всегда приводит к незна-

чительному улучшению качества восстановления. Это означает, что использование этой модели по

крайней мере никогда не ухудшает результат. Это всегда гарантируется, если настройка фильтра начинается с задания параметра $\alpha=1$. На рис. 6а–г приведены примеры размытых ($\sigma=2$) и зашумлённых ($\text{SNR}=40$) изображений: «Barbara» (6а); «boat» (6б); «peppers» (6в); «Lena» (6г), а на рис. 6д–и те же изображения после восстановления GSE-фильтром.

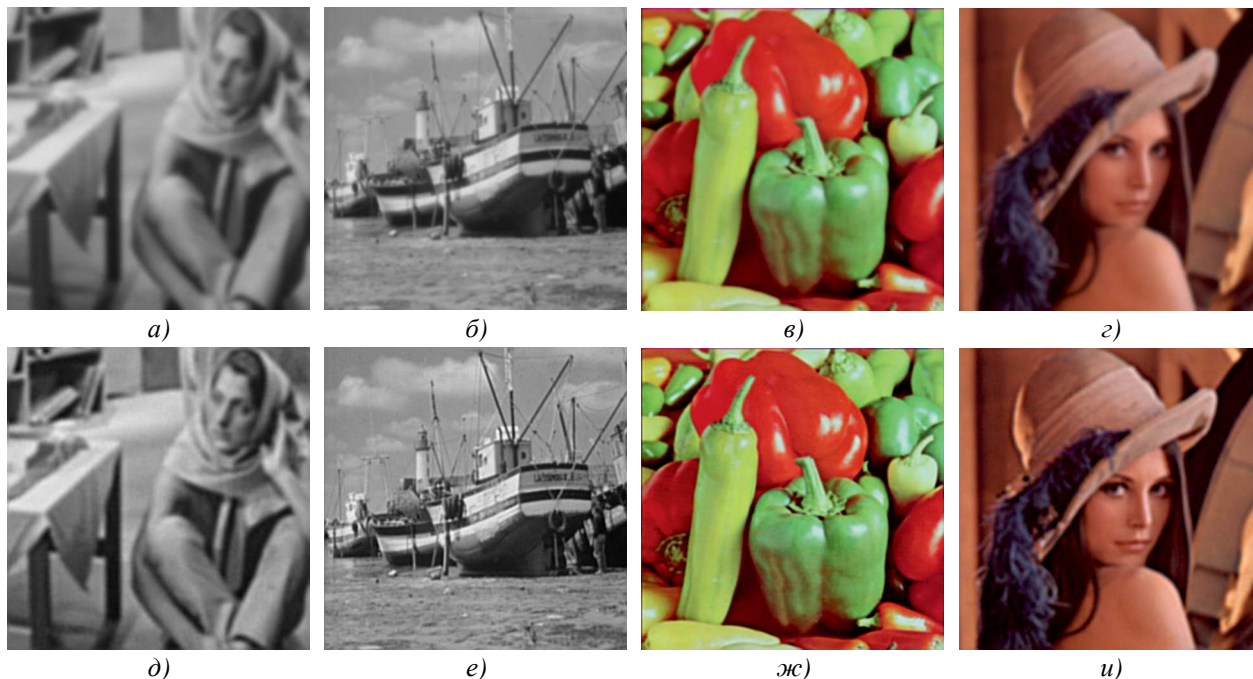


Рис. 6. Примеры размытых ($\sigma=2$, $N=17$) и зашумлённых ($\text{SNR}=40$) изображений: а) «Barbara»; б) «boat»; в) «peppers»; г) «Lena» и результаты их восстановления GSE-фильтром: д) «Barbara»; е) «boat»; ж) «peppers»; и) «Lena»

Нетрудно заметить, что наши результаты значительно лучше. Связано это с тем, что у изображений, получаемых с помощью фильтра Винера, остаются заметные искажения на краях изображения. Некоторое увеличение значений показателя качества для изображений, восстановленных фильтром Винера, достигается путём «обрезки» краев этих изображений. Значения PSNR при восстановлении фильтром Винера, вычисленные после удаления с каждой стороны по 20 столбцов и строк, приведены в последнем столбце табл. 2. Нетрудно заметить, что даже для центральной части изображения результаты восстановления фильтром Винера хуже наших.

Заключение

Предложенная модель GSE-фильтра является удобным и эффективным инструментом для формирования КИХ-фильтров. Важное достоинство основанной на этой модели технологии построения КИХ-фильтров состоит в возможности достижения высокого качества восстановления путём настройки небольшого числа параметров непрерывной функции, аппроксимирующей импульсный отклик, с использованием обучающего изображения.

Важной особенностью предложенного метода является точное аналитическое решение задачи определения радиального импульсного отклика. Это даёт возможность точного задания дискретных отсчётов

В последних столбцах табл. 1 и 2 для сравнения приведены значения PSNR, достигнутые на тех же изображениях при их обработке оптимальным фильтром Винера. Параметры фильтра Винера (W -фильтр) задавались точно такими, какие использовались при моделировании размытия и зашумления.

импульсного отклика в каждой точке опорной области, что, в конечном итоге, обеспечивает высокое качество восстановления.

GSE-фильтр всегда обеспечивает достижение более высокого качества восстановления по сравнению с ранее построенным SE-фильтром. При этом качество восстановления выше, чем для оптимального фильтра Винера при одинаковых параметрах моделей искажений и помех. В данном случае параметры фильтра Винера совпадали с теми, которые использовались при моделировании искажений. В действительности модель искажений обычно неизвестна, а подбор параметров фильтра Винера в случае неизвестных моделей искажений и помех является трудной задачей.

В данном случае знание моделей искажающей системы и шумов не требуется, используются лишь тестовые образцы изображений. При этом оцениванию подлежат только два параметра. Поэтому даже при очень малых размерах обучающих изображений не возникает проблема плохой обусловленности, характерная для задач идентификации импульсного отклика КИХ-фильтра.

Таким образом, предложенная обобщённая модель GSE-фильтра так же, как и предшествующая ей модель SE-фильтра, остаётся достаточно простой и эффективной. Это открывает широкие возможности для построения компактных приложений для обработки изображений, регистрируемых мобильными приборами, имеющими малую глубину резкости.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 2.7891) и РФФИ (проекты № 16-29-09528, 17-29-03112) и Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/ЧЗ363/26).

Литература

1. **Прэйтт, У.** Цифровая обработка изображений / У. Прэйтт. – Кн.2. – Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 480 с.
2. **Legendijk, R.** Basic methods for image restoration and identification / R. Legendijk, J. Biemond. – London: Academic Press, 2000.
3. Computer image processing, Part II: Methods and algorithms / A.V. Chernov PhD, V.M. Chernov, M.A. Chicheva, V.A. Fursov, M.V. Gashnikov, N.I. Glumov, N.Yu. Ilyasova, A.G. Khramov, A.O. Korepanov, A.V. Kupriyanov, E.V. Myasnikov, V.V. Myasnikov, S.B. Popov, V.V. Sergeev, V.A. Soifer; ed. by V.A. Soifer. – VDM Verlag Dr. Müller, 2010. – 584 p. – ISBN: 978-3-6391-7545-5.
4. Motion deblurring: Algorithms and systems / ed. by N. Rajagopalan, R. Chellappa. – Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2014. – 306 p. – ISBN: 978-1-107-04436-4.
5. **Wang, R.** Recent progress in image deblurring [Electronical Resource] / R. Wang, D. Tao. – URL: <http://arxiv.org/abs/1409.6838> (date request 03.04.2014).
6. **D'Andr`es, L.** Non-parametric blur map regression for depth of field extension / L. D'Andr`es, J. Salvador, A. Kochale, S. Susstrunk // IEEE Transactions on Image Processing. – 2016. – Vol. 25, Issue 4. – P. 1660-1673. – DOI: 10.1109/TIP.2016.2526907.
7. **Tang, Ch.** A spectral and spatial approach of coarse-to-fine blurred image region detection / Ch. Tang, J. Wu, Y. Hou, P. Wang, W. Li // IEEE Signal Processing Letters. – 2016. – Vol. 23, Issue 11. – P. 1652-1656. – DOI: 10.1109/LSP.2016.2611608.
8. **Couzinie-Devy, F.** Learning to estimate and remove non-uniform image blur / F. Couzinie-Devy, J. Sun, K. Alahari, J. Ponce // Proceedings of the 2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2013. – P. 1075-1082. – DOI: 10.1109/CVPR.2013.143.
9. **Saad, E.** Defocus blur-invariant scale-space feature extractions / E. Saad, K. Hirakawa // IEEE Transactions on Image Processing. – 2016. – Vol. 25, Issue 7. – P. 3141-3156. – DOI: 10.1109/TIP.2016.2555702.
10. **Tian, D.** Coupled learning for facial deblur / D. Tian, D. Tao // IEEE Transactions on Image Processing. – 2016. – Vol. 25, Issue 2. – P. 961-972. – DOI: 10.1109/TIP.2015.2509418.
11. **Peng, Y.-T.** Underwater image restoration based on image blurriness and light absorption / Y.-T. Peng, P.C. Cosman // IEEE Transactions on Image Processing. – 2017. – Vol. 26, Issue 4. – P. 1579-1594. – DOI: 10.1109/TIP.2017.2663846.
12. **Zhu, X.** Estimating spatially varying defocus blur from a single image / X. Zhu, S. Cohen, S. Schiller, P. Milanfar // IEEE Transactions on Image Processing. – 2013. – Vol. 22, Issue 12. – P. 4879-4891. – DOI: 10.1109/TIP.2013.2279316.
13. **Liang, H.** Comparison-based image quality assessment for selecting image restoration parameters / H. Liang, D.S. Weller // IEEE Transactions on Image Processing. – 2016. – Vol. 25, Issue 11. – P. 5118-5130. – DOI: 10.1109/TIP.2016.2601783.
14. **Moreno, C.** Constructing FIR digital filters with valarray [Electronical Resource] / C. Moreno. – URL: <https://www.mochima.com/articles/FIR/FIR.html> (request date 04.04.2018).
15. **Ye, W.** Greedy algorithm for the design of linear-phase FIR filters with sparse coefficients / W. Ye, Y.J. Yu // Circuits, Systems, and Signal Processing. – 2016. – Vol. 35, Issue 4. – P. 1427-1436. – DOI: 10.1007/s00034-015-0122-5.
16. **Arar, S.** FIR filter design by windowing: Concepts and the rectangular window [Electronical Resource] / S. Arar. – URL: <https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/finite-impulse-response-filter-design-by-windowing-part-i-concepts-and-rect/> (request date 04.04.2018).
17. **Petrou, M.** Image processing: Fundamentals / M. Petrou, C. Petrou. – 2nd ed. – Singapore: John Wiley & Sons Ltd, 2010. – 818 p. – ISBN: 978-0-470-74586-1.
18. **Баврина, А.Ю.** Метод параметрического оценивания оптико-электронного тракта системы дистанционного формирования оптического изображения / А.Ю. Баврина, В.В. Мясников, В.В. Сергеев // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 500-507.
19. **Fursov, V.A.** Correction of distortions in color images based on parametric identification / V.A. Fursov, A.V. Nikonorov, S.A. Bibikov, P.Yu. Yakimov, E.Yu. Minaev // Pattern recognition and Image Analysis. – 2011. – Vol. 21, Issue 2. – P. 125-128. – DOI: 10.1134/S1054661811020349.
20. **Fursov, V.A.** Identification of square-exponential FIR-filter parameters in the absence of a test image / V.A. Fursov // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 201. – P. 206-212. – DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.611.
21. **Фурсов, В.А.** Построение КИХ-фильтров в заданном параметрическом классе частотных характеристик для коррекции дефокусировки / В.А. Фурсов // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 6. – С. 878-886. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-6-878-886.

Сведения об авторе

Фурсов Владимир Алексеевич, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой суперкомпьютеров и общей информатики в Самарском университете. Область научных интересов: теория и методы оценивания по малому числу измерений, методы обработки и распознавания изображений, в т. ч. с использованием многопроцессорных вычислительных систем. E-mail: fursov@ssau.ru.

ГРНТИ: 28.19.31.

Поступила в редакцию 19 февраля 2018 г. Окончательный вариант – 5 апреля 2018 г.

CONSTRUCTING A QUADRATIC-EXPONENTIAL FIR-FILTER WITH AN EXTENDED FREQUENCY RESPONSE MIDRANGE

V.A. Fursov ^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia

²Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

This article is concerned with synthesizing filter with finite impulse response (FIR-filters) employed to correct radially symmetric distortions such as defocusing. We propose a new parametric class of finite impulse response filters (FIR-filters) based on a model of the one-dimensional radially symmetric frequency response. In the proposed method, the one-dimensional frequency response is composed of quadratic and exponential functions. The two-dimensional impulse response of the filter is constructed by sampling one-dimensional impulse responses for all directions. The development consists in introducing an extended mid-frequency region of the frequency response, thus increasing the contribution of the frequencies to image correction. Examples are given in order to illustrate the possibility of the high-quality distortion correction. In particular, it is shown that the proposed method provides the restoration quality higher than that obtained when using an optimal Wiener filter (taken from OpenCV).

Keywords: FIR-Filter, impulse response, frequency response, image processing.

Citation: Fursov VA. Constructing a quadratic-exponential FIR-filter with an extended frequency response midrange. *Computer Optics* 2018; 42(2): 297-305. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-297-305.

Acknowledgements: The work was funded by the Russian Federation Ministry of Education and Science (project # 2.7891), the Russian Foundation for Basic Research (RFBR projects ## 16-29-09528 and 17-29-03112) and by the Federal Agency of Scientific Organizations (agreement No. 007-GZ/C3363/26).

References

- [1] Pratt, W.K. Digital image processing. 4th ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc; 2007. ISBN: 978-0-471-76777-0.
- [2] Lagendijk R. and Biemond J. Basic methods for image restoration and identification. London: Academic Press, 2000.
- [3] Soifer VA. Computer image processing, Part II: Methods and algorithms. VDM Verlag Dr Müller; 2010. ISBN: 978-3-6391-7545-5.
- [4] Rajagopalan N, Chellappa R, eds. Motion deblurring: Algorithms and systems. Cambridge, UK: Cambridge Univ Press; 2014. ISBN: 978-1-107-04436-4.
- [5] Wang R, Tao D. Recent progress in image deblurring. Source: <http://arxiv.org/abs/1409.6838>.
- [6] D'Andr es L, Salvador J, Kochale A, Susstrunk S. Non-parametric blur map regression for depth of field extension. *IEEE Trans Image Process* 2016; 25(4): 1660-1673. DOI: 10.1109/TIP.2016.2526907.
- [7] Tang C, Wu J, Hou Y, Wang P, Li W. A spectral and spatial approach of coarse-to-fine blurred image region detection. *IEEE Signal Processing Letters* 2016; 23(11): 1652-1656. DOI: 10.1109/LSP.2016.2611608.
- [8] Couzini -Devry F, Sun J, Alahari K, Ponce J. Learning to estimate and remove non-uniform image blur. *Proc CVPR* 2013: 1075-1082. DOI: 10.1109/CVPR.2013.143.
- [9] Saad E, Hirakawa K. Defocus blur-invariant scale-space feature extractions. *IEEE Trans Image Process* 2016; 25(7): 3141-3156. DOI: 10.1109/TIP.2016.2555702.
- [10] Tian D, Tao D. Coupled learning for facial deblur. *IEEE Trans Image Process* 2016; 25(2): 961-972. DOI: 10.1109/TIP.2015.2509418.
- [11] Peng Y-T, Cosman PC. Underwater image restoration based on image blurriness and light absorption. *IEEE Trans Image Process* 2017; 26(4): 1579-1594. DOI: 10.1109/TIP.2017.2663846.
- [12] Zhu X, Cohen S, Schiller S, Milanfar P. Estimating spatially varying defocus blur from a single image. *IEEE Trans Image Process* 2013; 22(12): 4879-4891. DOI: 10.1109/TIP.2013.2279316.
- [13] Liang H, Weller DS. Comparison-based image quality assessment for selecting image restoration parameters. *IEEE Trans Image Process* 2016; 25(11): 5118-5130. DOI: 10.1109/TIP.2016.2601783.
- [14] Moreno C. Constructing FIR digital filters with valarray. Source: <https://www.mochima.com/articles/FIR/FIR.html>.
- [15] Ye W, Yu YJ. Greedy algorithm for the design of linear-phase FIR filters with sparse coefficients / *Circuits Syst Signal Process* 2016; 35(4): 1427-1436. DOI: 10.1007/s00034-015-0122-5.
- [16] Arar S. FIR filter design by windowing: Concepts and the rectangular window. Source: <https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/finite-impulse-response-filter-design-by-windowing-part-i-concepts-and-rect/>.
- [17] Petrou M, Petrou C. Image processing: Fundamentals / Maria Petrou, Costos Petrou. 2nd ed. Singapore: John Wiley & Sons Ltd; 2010. ISBN 978-0-470-74586-1.
- [18] Bavrina AYu, Myasnikov VV, Sergeev AV. Method of parametric estimation of optoelectronic tract of remote sensed optical image formation [In Russian]. *Computer Optics* 2011; 35(4): 500-507.
- [19] Fursov VA, Nikonorov AV, Bibikov SA, Yakimov PYu, Minaev EYu. Correction of distortions in color images based on parametric identification. *Pattern Recognition and Image Analysis* 2011; 21(2): 125-128. DOI: 10.1134/S1054661811020349.
- [20] Fursov VA. Identification of square-exponential FIR-filter parameters in the absence of a test image. *Procedia Engineering* 2017; 201: 206-212. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.611.

[21] Fursov VA. Constructing FIR-filters for a given paramet-
rical class of frequency response for defocus correction

[In Russian]. Computer Optics 2016; 40(6): 878-886.
DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-6-878-886.

Author's information

Vladimir Alekseevich Fursov is Doctor of Engineering Science, Professor, head of Computer Science sub-department of Samara University, leading researcher. Research interests are development of the theory of estimation on small number of observations, development of methods of image processing and training to pattern recognition, development of high-performance parallel methods both algorithms of image processing and pattern recognition oriented on application of multiprocessor computing systems. E-mail: fursov@ssau.ru.

Received February 19, 2018. The final version – April 5, 2018.
