

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

ВРАЩАЮЩИЙСЯ ПО СПИРАЛИ ОБРАТНЫЙ СВЕТОВОЙ ПОТОК

В.В. Котляр^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Россия, Самарская область, г. Самара, Московское шоссе, д. 34,

² ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, Россия, Самарская область, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151

Аннотация

С помощью формул Ричардса–Вольфа показано, что при острой фокусировке апланатической системой оптического вихря с топологическим зарядом 3 и с левой (противоположенной) круговой поляризацией в плоскости фокуса вблизи оптической оси имеет место обратный поток энергии (на самой оси он равен нулю), который по величине всего в 2–3 раза меньше, чем прямой поток энергии в фокусе. Показано также, что вблизи оптической оси обратный поток распространяется, вращаясь по спирали вокруг оптической оси против часовой стрелки. Наличие обратного потока вблизи оптической оси показано также с помощью моделирования FDTD-методом дифракции плоской волны с круговой поляризацией на спиральной зонной пластинке третьего порядка с числовой апертурой около 1. Рэлеевская микрочастица, захваченная в область такого фокуса, должна двигаться в обратном направлении по отношению к направлению распространения пучка.

Ключевые слова: обратный поток, оптический вихрь, вращающиеся пучки, вектор Умова–Пойнтинга.

Цитирование: Котляр, В.В. Вращающийся по спирали обратный световой поток / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 4. – С. 527–533. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-527-533.

Введение

При распространении непараксиального светового поля с различным состоянием поляризации в сечении пучка могут возникать локальные области, в которых поток световой энергии течёт в обратном направлении. То есть в таких областях продольная компонента вектора Пойнтинга принимает отрицательные значения. Ранее обратный поток энергии в световых пучках рассматривался в работах [1–9]. В [1] показали, что при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией с помощью апланатической системы в плоскости фокуса в области первого тёмного кольца интенсивности имеется область, в которой поток световой энергии направлен в обратную сторону по отношению к направлению распространения падающей плоской волны. В [2] теоретически было показано наличие отрицательного значения продольной составляющей вектора Пойнтинга на оптической оси у линейной комбинации двух пучков Бесселя m -го порядка с ТЕ- и ТМ-поляризациями. В [3] рассмотрена практически реализуемая ситуация (фокусировка с помощью апланатической системы) и теоретически и численно показано, что при фокусировке моды Лагерра–Гаусса порядка $(0, m) = (0, 2)$ и левой круговой поляризацией ($\sigma = -1$) на оптической оси в фокусе у продольной проекции вектора Пойнтинга имеются отрицательные значения. В [4] рассмотрена суперпозиция двух произвольных световых полей, у которых разные проекции волнового вектора на продольную ось. Показано, что у таких световых полей имеют место локальные области, в которых продольная компонента силы, действующей на микрочастицу, направлена против волнового вектора светового пучка. В [5] численно показано наличие об-

ратного потока на оптической оси в фокусе вихревой металлинзы первого и второго порядков. В [6] численно показано наличие обратного распространения энергии в векторном пучке Бесселя с дробным топологическим зарядом. Такой световой пучок фактически является линейной комбинацией счётного числа обычных мод Бесселя. В [7] теоретически получены выражения для плотности вектора Пойнтинга для векторных Х-пучков и получены необходимые условия для появления обратного потока энергии. В [8] численно показано наличие обратного течения энергии в непараксиальном ускоряющемся 2D-пучке Эйри. В [9] теоретически с помощью локального волнового вектора рассматриваются условия, которые нужно наложить на световое поле, чтобы оно локально проявляло обратное распространение (или имел место обратный поток энергии).

Из приведённого списка статей наиболее близка к данной только работа [3], в которой рассмотрена фокусировка с помощью апланатической системы и теоретически и численно показано, что при фокусировке моды Лагерра–Гаусса порядка $(0, m) = (0, 2)$ и левой круговой поляризации ($\sigma = -1$) на оптической оси в фокусе у продольной проекции вектора Пойнтинга имеются отрицательные значения. В данной работе, в отличие от [3], показано, что обратное распространение света вблизи оптической оси в плоскости острого фокуса также имеет место при фокусировке произвольного оптического вихря с топологическим зарядом 3 и левой круговой поляризацией. Можно показать, что аналогичное поведение продольной компоненты вектора Пойнтинга (отрицательные значения вблизи оптической оси в плоскости фокуса) будет при любом топологическом заряде

$m > 1$. Но с ростом m величина обратного потока быстро падает. При $m=2$ обратный поток сравним с прямым потоком [3, 10]. При $m=3$ обратный поток примерно в 2–3 раза меньше, чем прямой поток в фокусе, а при $m=4$ – в 8–10 раз и т.д. То есть обратным потоком для оптических вихрей с номерами $m > 3$ можно пренебречь.

1. Продольная проекция вектора Пойнтинга

Рассмотрим в формализме Ричардса–Вольфа [1] фокусировку оптического вихря с топологическим зарядом $m=3$ и левой круговой поляризацией с помощью апланатической системы. Для электрического поля с круговой поляризацией $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + i\sigma E_y \mathbf{e}_y$, где $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ – единичные вектора вдоль декартовых координат, будем считать, что при $\sigma=1$ – правая поляризация, а при $\sigma=-1$ – левая поляризация, следуя [11]. Для оптического вихря с топологическим зарядом m и произвольной функцией аподизации зрачка (действительная функция $A_m(\theta)$)

$$A_m(\theta, \varphi) = A_m(\theta) \exp(im\varphi), \tag{1}$$

где (θ, φ) – углы, задающие точку на сфере; запишем проекции электрического вектора \mathbf{E} вблизи фокуса в апланатической системе в цилиндрических координатах (r, φ, z) , следуя [11]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= -i^{m+1} \left(I_{0,m} e^{im\varphi} + \right. \\ &\quad \left. + \gamma_+ I_{2,m+2} e^{i(m+2)\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{i(m-2)\varphi} \right), \\ E_y(r, \varphi, z) &= i^m \left(\sigma I_{0,m} e^{im\varphi} - \right. \\ &\quad \left. - \gamma_+ I_{2,m+2} e^{i(m+2)\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{i(m-2)\varphi} \right), \\ E_z(r, \varphi, z) &= \\ &= -2i^m \left(\gamma_+ I_{1,m+1} e^{i(m+1)\varphi} - \gamma_- I_{1,m-1} e^{i(m-1)\varphi} \right), \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} I_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\quad \times (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ I_{1,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\quad \times J_{m\pm 1}(x) d\theta, \\ I_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\quad \times (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned} B &= kf / 2, \\ a &= \arcsin(NA), \\ x &= kr \sin \theta, \\ \gamma_{\pm} &= (1 \pm \sigma) / 2, \end{aligned}$$

$J_n(x)$ – функция Бесселя, k – волновое число света, f – фокусное расстояние апланатической системы с числовой апертурой NA . Для оптического вихря с топологическим зарядом $m=3$ вместо (2) получим:

$$\begin{aligned} E_x &= -I_{0,3} e^{i3\varphi} - \gamma_+ I_{2,5} e^{i5\varphi} - \gamma_- I_{2,1} e^{i\varphi}, \\ E_y &= -i\sigma I_{0,3} e^{i3\varphi} + i\gamma_+ I_{2,5} e^{i5\varphi} - i\gamma_- I_{2,1} e^{i\varphi}, \\ E_z &= 2i\gamma_+ I_{1,4} e^{i4\varphi} - 2i\gamma_- I_{1,2} e^{i2\varphi}, \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned} I_{0,3} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_3(x) d\theta, \\ I_{2,5} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_5(x) d\theta, \\ I_{2,1} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_1(x) d\theta, \\ I_{1,2} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_2(x) d\theta, \\ I_{1,4} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_4(x) d\theta. \end{aligned} \tag{5}$$

Из (4) и (5) найдём интенсивность в плоскости фокуса ($z=0$):

$$\begin{aligned} I &= |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 = \\ &= 2 \left(I_{0,3}^2 + \gamma_+ I_{2,5}^2 + \gamma_- I_{2,1}^2 + 2\gamma_+ I_{1,4}^2 + 2\gamma_- I_{1,2}^2 \right). \end{aligned} \tag{6}$$

Из (6) найдём отдельно интенсивности для левой и правой круговой поляризации:

$$\begin{aligned} I_- &= 2 \left(I_{0,3}^2 + I_{2,1}^2 + 2I_{1,2}^2 \right), \\ I_+ &= 2 \left(I_{0,3}^2 + I_{2,5}^2 + 2I_{1,4}^2 \right). \end{aligned} \tag{7}$$

Заметим, что все интегралы в (5) при $z=0$ являются действительными функциями. Из (7) следует, что интенсивность в фокусе апланатической системы для оптического вихря с топологическим зарядом $m=3$ и круговой поляризацией имеет осевую симметрию, так как не зависит от азимутального угла φ . На оптической оси ($r=0$) интенсивность (6) и (7) имеет всегда ноль, так как под всеми интегралами в (6) стоят функции Бесселя $J_n(x)$ с номерами больше нуля ($n > 0$), которые равны нулю, если их аргумент равен нулю. Первое световое кольцо для I_+ всегда больше, чем световое кольцо для I_- , так как при $x \rightarrow 0$ (7) можно записать

$$\begin{aligned} I_+ &\sim I_{0,3}^2 \sim J_3^2(x) \sim x^6, \\ I_- &\sim I_{2,1}^2 \sim J_1^2(x) \sim x^2. \end{aligned} \tag{8}$$

Далее с помощью уравнения Максвелла для монохроматического поля с циклической частотой ω : $i\omega\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{E}$ и с помощью формул (4), (5) можно найти поперечные компоненты вектора напряжённости магнитного поля (продольная компонента пока не нужна):

$$\begin{aligned}
 H_x &= i\gamma_+ \left(\frac{8}{kr} I_{1,4} - \bar{I}_{2,5} \right) e^{i5\varphi} + 2\gamma_+ \sin \varphi \bar{I}_{1,3} e^{i4\varphi} + \\
 &+ i\sigma \bar{I}_{0,3} e^{i3\varphi} + 2\gamma_- \sin \varphi \bar{I}_{1,3} e^{i2\varphi} - i\gamma_- \left(\frac{4}{kr} I_{1,2} - \bar{I}_{2,1} \right) e^{i\varphi}, \\
 H_y &= \gamma_+ \left(\frac{8}{kr} I_{1,4} - \bar{I}_{2,5} \right) e^{i5\varphi} - 2\gamma_+ \cos \varphi \bar{I}_{1,3} e^{i4\varphi} - \\
 &- \bar{I}_{0,3} e^{i3\varphi} - 2\gamma_- \cos \varphi \bar{I}_{1,3} e^{i2\varphi} + \gamma_- \left(\frac{4}{kr} I_{1,2} - \bar{I}_{2,1} \right) e^{i\varphi},
 \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{0,3} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^3 \theta \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\
 &\times (1 + \cos \theta) J_3(x) d\theta, \\
 \bar{I}_{2,5} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^3 \theta \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\
 &\times (1 - \cos \theta) J_5(x) d\theta, \\
 \bar{I}_{2,1} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^3 \theta \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\
 &\times (1 - \cos \theta) J_1(x) d\theta, \\
 \bar{I}_{1,3} &= B \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\
 &\times J_3(x) d\theta.
 \end{aligned} \tag{10}$$

С помощью (4), (5), (9) и (10) найдём осевую проекцию вектора Пойнтинга $[1] \mathbf{S} = c \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] / 8\pi$:

$$S_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*) \tag{11}$$

с точностью до константы $c/8\pi$, где c – скорость света в вакууме, $\operatorname{Re}(\dots)$ – действительная часть числа, и в плоскости фокуса ($z=0$):

$$\begin{aligned}
 S_z &= 2 \left[I_{0,3} (\bar{I}_{0,3} + \bar{I}_{1,3}) + \right. \\
 &+ \gamma_+ I_{2,5} \left(\bar{I}_{2,5} + \bar{I}_{1,3} - \frac{8}{kr} I_{1,4} \right) + \\
 &\left. + \gamma_- I_{2,1} \left(\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{1,3} - \frac{4}{kr} I_{1,2} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{12}$$

Для правой и левой круговой поляризации потоки энергии вдоль оптической оси будут иметь следующие выражения, прямо следующие из (12):

$$\begin{aligned}
 S_{z+} &= 2 \left[I_{0,3} (\bar{I}_{0,3} + \bar{I}_{1,3}) + \right. \\
 &\left. + I_{2,5} \left(\bar{I}_{2,5} + \bar{I}_{1,3} - \frac{8}{kr} I_{1,4} \right) \right], \\
 S_{z-} &= 2 \left[I_{0,3} (\bar{I}_{0,3} + \bar{I}_{1,3}) + \right. \\
 &\left. + I_{2,1} \left(\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{1,3} - \frac{4}{kr} I_{1,2} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{13}$$

Из (13) видно, что $S_{z\pm}$ обладает осевой симметрией и на оптической оси всегда имеется ноль: $S_{z\pm}(r=0)=0$,

так как все интегралы $I_{v,\mu}$, $\bar{I}_{v,\mu}$ содержат в качестве множителя функции Бесселя $J_n(x)$ с номерами больше нуля ($n > 0$), которые равны нулю, если их аргумент равен нулю: $J_{n>0}(0)=0$. Из (13) также следует, что, хотя на оптической оси поток равен нулю $S_{z\pm}(r=0)=0$, вблизи неё поток может быть направлен в обратную сторону $S_{z\pm}(r \rightarrow 0) < 0$. Далее покажем, что действительно только для левой круговой поляризации вблизи оптической оси продольная компонента вектора Пойнтинга всегда меньше нуля. Вблизи оптической оси при малых радиусах ($kr \ll 1$) функции Бесселя под интегралами заменим на первые члены их разложения в ряд:

$$J_n(x) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p (x/2)^{2p+n}}{p!(p+n)!}. \tag{14}$$

Тогда вблизи оптической оси выражение (13) для левой круговой поляризации можно представить в приближённом виде ($y = kr \ll 1$):

$$\begin{aligned}
 S_{z-} &\approx 2 \left[Ay^3 (By^3 + Cy^3) + \right. \\
 &\left. + Dy \left(Ey + Fy^3 - \frac{4}{y} Qy^2 \right) \right].
 \end{aligned} \tag{15}$$

Пренебрегая в (15) слагаемыми с y^3 по сравнению со слагаемыми, содержащими y , вместо (15) получим:

$$S_{z-} \approx 2Dy^2 (E - 4Q), \tag{16}$$

где

$$\begin{aligned}
 2D &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta, \\
 2E &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{3/2} \theta A_3(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta, \\
 8Q &= B \int_0^a \sin^4 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) d\theta.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Подставим (17) в (16) и получим

$$\begin{aligned}
 S_{z-}(r \rightarrow 0) &\approx -\frac{B^2 (kr)^2}{2} \times \\
 &\times \left(\int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Из (18) видно, что при любой функции аподизации оптического вихря $A_3(\theta)$ и при любой числовой апертуре $a = \arcsin(NA)$ вблизи оптической оси ($kr \ll 1$) поток энергии будет направлен в обратную сторону ($S_{z-}(r \rightarrow 0) < 0$), по отношению к направлению распространения оптического вихря. В частности, при $A_3(\theta) = 1$ и $a = \arcsin(NA) = \pi/2$ интеграл в (18) можно вычислить:

$$S_{z-}(r \rightarrow 0) \approx -\frac{B^2 (kr)^2}{32} \pi. \tag{19}$$

Из (18) и (19) видно, что обратный поток растёт по модулю с ростом r квадратично.

Аналогично (12) можно найти поток энергии в плоскости фокуса для оптического вихря с топологическим зарядом $m = 4$:

$$S_{4z} = 2 \left[I_{0,4} (\bar{I}_{0,4} + \bar{I}_{1,4}) + \gamma_+ I_{2,6} \left(\bar{I}_{2,6} + \bar{I}_{1,4} - \frac{10}{kr} I_{1,5} \right) + \gamma_- I_{2,2} \left(\bar{I}_{2,2} + \bar{I}_{1,4} - \frac{6}{kr} I_{1,3} \right) \right]. \quad (20)$$

Интегралы, входящие в (20), имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{0,4} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_4(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_4(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,6} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_4(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_6(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_4(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_2(x) d\theta, \\ \bar{I}_{1,4} &= B \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_4(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_4(x) d\theta. \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогично (18) можно показать, что вблизи оптической оси имеет место обратный поток энергии, который на самой оси равен нулю, а вблизи неё возрастает по модулю как четвертая степень радиальной координаты:

$$S_{4z-}(r \rightarrow 0) \approx -\frac{B^2 (kr)^4}{32} \times \left(\int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_4(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2. \quad (22)$$

Из сравнения (18) и (22) видно, что обратный поток для $m = 4$ на порядок слабее, чем обратный поток для $m = 3$, и им можно пренебречь.

2. Вращение по спирали обратного потока вблизи оптической оси

Для того, чтобы выяснить, как именно обратный поток (18) распространяется вблизи оптической оси, найдём выражения для поперечных составляющих вектора Пойнтинга S_x, S_y , а для этого понадобится продольная компонента вектора напряжённости магнитного поля, которую мы пока не приводили. Теперь приведем её:

$$H_z = \frac{-i}{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = \gamma_+ \left(\frac{6}{kr} I_{0,3} + \bar{I}_{2,4} \right) e^{i4\varphi} + \gamma_- \left(\frac{2}{kr} I_{2,1} - \bar{I}_{2,0} \right) e^{i2\varphi} - \bar{I}_{0,2} e^{i3\varphi} (\sigma \cos \varphi + i \sin \varphi), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{I}_{0,2} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times (1 + \cos \theta) J_2(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,4} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times (1 - \cos \theta) J_4(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,0} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times (1 - \cos \theta) J_0(x) d\theta. \end{aligned} \quad (24)$$

Из (23) получим выражение для продольной компоненты магнитного вектора для поля с левой круговой поляризацией:

$$H_{z-} = \left(\frac{2}{kr} I_{2,1} + \bar{I}_{0,2} - \bar{I}_{2,0} \right) e^{i2\varphi}. \quad (25)$$

Далее, используя (25), (2) и (9), найдём поперечные составляющие вектора Пойнтинга для света только с левой круговой поляризацией (с точностью до постоянной $c/8\pi$):

$$\begin{aligned} S_{x-} &= -\sin \varphi Q(r), \quad S_{y-} = \cos \varphi Q(r), \\ Q(r) &= (I_{0,3} + I_{2,1}) \left(\frac{2}{kr} I_{2,1} + \bar{I}_{0,2} - \bar{I}_{2,0} \right) + \\ &+ 2I_{1,2} \left(\frac{4}{kr} I_{1,2} + \bar{I}_{0,3} - \bar{I}_{2,1} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Из (26) видно, что поток энергии (и прямой, и обратный вблизи оптической оси) вращается против или по часовой стрелке, в зависимости от знака функции $Q(r)$. Например, вблизи оптической оси, когда $kr \ll 1$, слагаемые со знаком минус в (26) ($\bar{I}_{2,0}$ и $\bar{I}_{2,1}$), каждый компенсируется первыми слагаемыми в этих скобках ($2I_{2,1}/kr$ и $4I_{1,2}/kr$), и положительный знак вторых множителей (и всей функции $Q(r)$) определяется средними слагаемым ($\bar{I}_{0,2}$ и $\bar{I}_{0,3}$). Таким образом, из (26) следует, что вблизи оптической оси ($kr \ll 1$) обратный поток энергии (26), распространяясь, вращается по спирали вокруг оптической оси z против часовой стрелки.

3. Моделирование с помощью FDTD-метода

Рассмотрим дифракцию плоской волны с левой круговой поляризацией ($\sigma = -1$), ограниченной круглой апертурой диаметром 10 мкм на спиральной зонной пластинке (СЗП) с топологическим зарядом $m = 3$ и фокусным расстоянием f , равным длине волны $f = \lambda = 532$ нм ($NA \approx 1$). Высота рельефа $h = 0,532$ мкм, и показатель преломления материала СЗП $n = 1,5$. Расчёт выполнялся с помощью FDTD-метода, реализованного в программе Fullwave. На рис. 1 показана бинарная амплитудная маска (шаблон) СЗП ($m = 3$), которую можно использовать для изготовления фазовой СЗП. Также можно интерпретировать светлые и тёмные полосы на рис. 1 как фазовый рельеф СЗП: светлые полосы показывают возвышенности высотой $h = 0,532$ мкм, а тёмные – это дно рельефа.

На рис. 2 показано распределение интенсивности (а) и поток энергии вдоль оптической оси (б) в плоскости фокуса СЗП. Из рис. 2 видно, что интенсивность I и поток S_z не обладают круговой симметрией, что связано с отсутствием круговой симметрии у самой СЗП (рис. 1). На оптической оси (в центре картины дифракции) интенсивность равна нулю и поток энергии тоже равен нулю. Но в окрестности оптической оси размером примерно как диск Эйри (на рис. 2б светлый кружок в центре) поток энергии направлен в обратную сторону и осевая проекция вектора Пойнтинга отрицательная $S_{z-} < 0$.

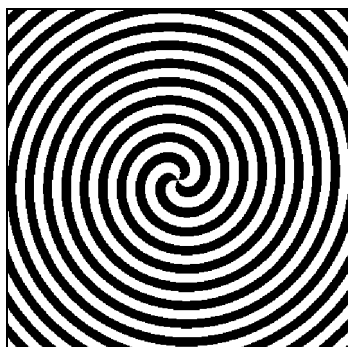


Рис. 1. Амплитудная маска СЗП с $t = 3$ и фокусным расстоянием, равным длине волны $f = \lambda = 532$ нм

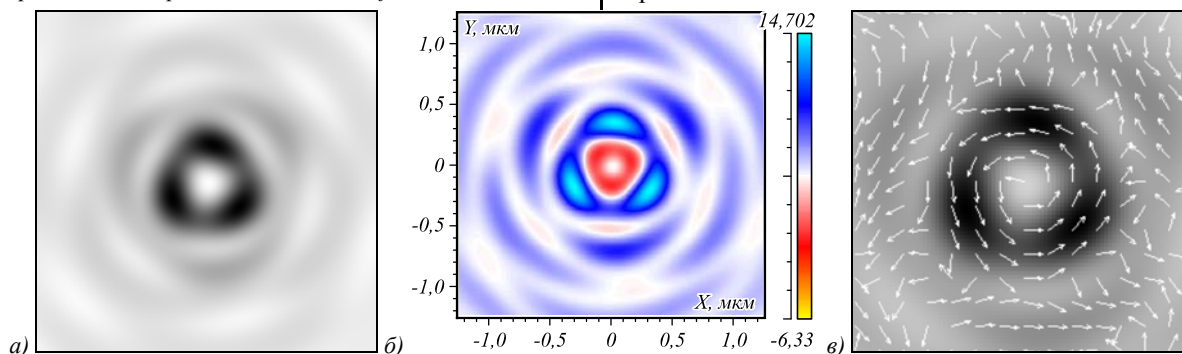


Рис. 2. Распределение интенсивности $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ (а) и продольной компоненты вектора Пойнтинга S_z (б) в плоскости фокуса СЗП на расстоянии $z = 532$ нм и направление проекций вектора Умова–Пойнтинга на поперечную плоскость на фоне распределения интенсивности (негатив), размер $1,5 \times 1,5$ мкм (в)

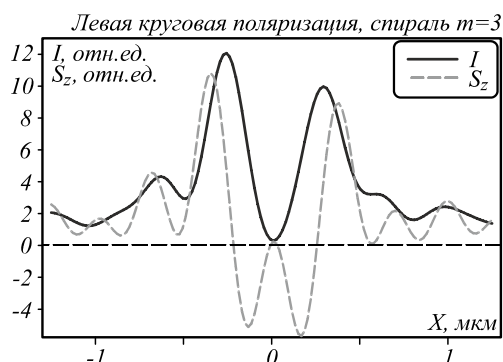


Рис. 3. Интенсивность (сплошная кривая) и продольный поток энергии S_z (прерывистая кривая) вдоль оси x ($y = 0$)

Заключение

На основе формул Ричардса–Вольфа для острой фокусировки идеальной сферической линзой (апланатической системой) оптического вихря с произвольной действительной функцией аподизации зрачка, топологическим зарядом 3 и левой круговой поляризацией получены все 3 проекции вектора Пойнтинга в плоскости фокуса.

Устремляя к нулю радиальную координату в цилиндрической системе координат, получены приближенные выражения для этих проекций вектора Пойнтинга, из которых следует, что вблизи оптической оси в плоскости фокуса световая энергия, вращаясь по спирали вокруг оптической оси, распространяется в обратном направлении по отношению к направлению падающего света. С помощью численного моделирования FDTD-методом дифракции плоской волны с

На рис. 2в стрелками показано направление вращения потока энергии в плоскости фокуса. Видно, что там, где поток энергии обратный (рис. 2б), он вращается против часовой стрелки. На рис. 3 показаны сечения по оси x через центр 2D-распределений интенсивности и продольного потока (рис. 2).

Из рис. 3 видно, что на оптической оси ($x = 0$) и интенсивность, и поток энергии равны нулю. А вблизи оптической оси ($-0,2$ мкм $< x < 0,2$ мкм) имеет место обратный поток энергии, максимальное (по модулю) значение которого немного меньше, чем в 2 раза меньше, чем максимальное значение прямого потока.

левой круговой поляризацией на бинарной спиральной (вихревой) зонной микропластинке с числовой апертурой около 1 показано, что вблизи оптической оси продольная проекция вектора Пойнтинга отрицательная (на самой оптической оси равна нулю), то есть имеет место обратный поток энергии. Этот эффект можно использовать для демонстрации «оптического трактора» [12, 13], когда микрочастица, захваченная вблизи фокуса, будет двигаться в обратном направлении и вращаться.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Моделирование с помощью FDTD-метода», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-47-630483) в части «Вращение по спирали обратного потока вблизи оптической оси» и Российского научного фонда (грант 17-19-01186) в части «Продольная проекция вектора Пойнтинга».

Литература

1. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems, II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // Proceedings of the Royal Society A. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379. – DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
2. **Novitsky, A.V.** Negative propagation of vector Bessel beams / A.V. Novitsky, D.V. Novitsky // Journal of the Optical Society of America A. – 2007. – Vol. 24, Issue 9. – P. 2844-2849. – DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.

3. **Monteiro, P.B.** Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation / P.B. Monteiro, P.A.M. Neto, H.M. Nussenzveig // *Physical Review A*. – 2009. – Vol. 79, Issue 3. – 033830. – DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
4. **Sukhov, S.** On the concept of “tractor beams” / S. Sukhov, A. Dogariu // *Optics Letters*. – 2010. – Vol. 35, Issue 22. – P. 3847-3849. – DOI: 10.1364/OL.35.003847.
5. **Котляр, В.В.** Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью металлинзы / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т. 41, № 5. – С. 645-654. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
6. **Mitri, F.G.** Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves / F.G. Mitri // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2016. – Vol. 33, Issue 9. – P. 1661-1667. – DOI: 10.1364/JOSAA.33.001661.
7. **Salem, M.A.** Energy flow characteristics of vector X-wave / M.A. Salem, H. Bağcı // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19, Issue 9. – P. 8526-8532. – DOI: 10.1364/OE.19.008526.
8. **Vaveliuk, P.** Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams / P. Vaveliuk, O. Martinez-Matos // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20, Issue 24. – P. 26913-26921. – DOI: 10.1364/OE.20.026913.
9. **Berry, M.V.** Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation / M.V. Berry // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2010. – Vol. 43, Issue 41. – 415302. – DOI: 10.1088/1751-8113/43/41/415302.
10. **Котляр, В.В.** Обратный поток энергии вблизи оптической оси в области острого фокуса оптического вихря с круговой поляризацией / В.В. Котляр, А.Г. Налимов, С.С. Стафеев // *Компьютерная оптика*. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 392-400. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-392-400.
11. **Chen, B.** Tight focusing of elliptically polarized vortex beams / B. Chen, J. Pu // *Applied Optics*. – 2009. – Vol. 48, Issue 7. – P. 1288-1294. – DOI: 10.1364/AO.48.001288.
12. **Dogariu, A.** Optically induced 'negative forces' / A. Dogariu, S. Sukhov, J. Sáenz // *Nature Photonics*. – 2012. – Vol. 7, Issue 1. – P. 24-27. – DOI: 10.1038/nphoton.2012.315.
13. **Shvedov, V.** A long-range polarization-controlled optical tractor beam / V. Shvedov, A.R. Davoyan, C. Hnatovsky, N. Engheta, W. Krolikowski // *Nature Photonics*. – 2014. – Vol. 8, Issue 11. – P. 846-850. – DOI: 10.1038/nphoton.2014.242.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 95 работ и 3 патентов. E-mail: anton@smr.ru.

ГРПТИ: 29.31.15.

Поступила в редакцию 29 марта 2018 г. Окончательный вариант – 11 апреля 2018 г.

A SPIRALLY ROTATING BACKWARD FLOW OF LIGHT

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}

¹ Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Samara, Russia,

² IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Molodogvardeyskaya 151, 443001, Samara, Russia

Abstract

Using Richards-Wolf formulas, we show that when a left-hand circularly polarized optical vortex with the topological charge 3 is sharply focused in an aplanatic system, a backward near-axis energy flow is observed in the focal plane. While being zero on the axis, the backward flow is only 2-3 times smaller in magnitude than the incident energy flow coming to the focus. It is also shown that near the optical axis the reverse flow propagates spiraling counter-clockwise about the optical axis. The presence of the near-axis backward flow of energy is also shown by the FDTD-aided numerical simulation of diffraction of a circularly polarized plane wave by a third-order spiral zone plate with the NA \approx 1. A Rayleigh microparticle captured in the focus vicinity is expected to move in the opposite direction to the beam propagation.

Keywords: backward energy flow, optical vortex, rotating beams, Umov–Poynting vector.

Citation: Kotlyar VV, Nalimov AG. A spirally rotating backward flow of light. *Computer Optics* 2018; 42(4): 527-533. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-527-533.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Federal Agency for Scientific Organizations under contract No. 007-GZ/Ch3363/26 (“FDTD-aided numerical simulation”), Russian Foundation for Basic Research Grants under grant No. 16-47-630483 (“Spirally rotating backward near-axis flow of energy”), and Russian Science Foundation under grant No. 17-19-01186 (“Longitudinal projection of the Pointing vector”).

References

- [1] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems, II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc A* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [2] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. *J Opt Soc Am A* 2007; 24(9): 2844-2849. DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
- [3] Monteiro PB, Neto PAM, Nussenzveig HM. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation. *Phys Rev A* 2009; 79(3): 033830. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
- [4] Sukhov S, Dogariu A. On the concept of “tractor beams”. *Opt Lett* 2010; 35(22): 3847-3849. DOI: 10.1364/OL.35.003847.
- [5] Kotlyar VV, Nalimov AG. A vector optical vortex generated and focused using a metalens. *Computer Optics* 2017; 41(5): 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- [6] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. *J Opt Soc Am A* 2016; 33(9): 1661-1667. DOI: 10.1364/JOSAA.33.001661.
- [7] Salem MA, Bağcı H. Energy flow characteristics of vector X-wave. *Opt Express* 2011; 19(9): 8526-8532. DOI: 10.1364/OE.19.008526.
- [8] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. *Opt Express* 2012; 20(24): 26913-26921. DOI: 10.1364/OE.20.026913.
- [9] Berry MV. Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation. *J Phys A: Mathem & Theor* 2010; 43(41): 415302. DOI: 10.1088/1751-8113/43/41/415302.
- [10] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. The near-axis back-flow of energy in a tightly focused optical vortex with circular polarization. *Computer Optics* 2018; 42(3): 392-400. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-392-400.
- [11] Chen B, Po J. Tight focusing of elliptically polarized vortex beams. *Appl Opt* 2009; 48(7): 1288-1294. DOI: 10.1364/AO.48.001288.
- [12] Dogariu A, Sukhov S, Sáenz J. Optically induced 'negative forces'. *Nat Photon* 2012; 7(1): 24-27. DOI: 10.1038/nphoton.2012.315.
- [13] Shvedov V, Davoyan AR, Hnatovsky C, Engheta N, Krolikowski W. A long-range polarization-controlled optical tractor beam. *Nat Photon* 2014; 8(11): 846-850. DOI: 10.1038/nphoton.2014.242.

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 “Mathematical Modeling and Program Complexes”, finished it in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 95 papers and 3 inventions. E-mail: anton@smr.ru.

Received March 29, 2018. The final version – April 11, 2018.